

MODÉLISATION D'UN STRATIFIÉ MINCE CARBONE-ÉPOXY EN
FLEXION 4-POINT

MODELING 4-POINT BENDING OF THIN CARBON-EPOXY
LAMINATES

Une thèse soumise à la
Division des études supérieures et de la recherche
du Collège militaire royale du Canada

par

David Thibaudeau, Bacc.ing.
Capitaine

en vue de l'obtention du diplôme de
Maîtrise en sciences appliquées en Génie Mécanique

Janvier, 2014

© La présente thèse peut être utilisée au ministère de la Défense nationale, mais l'auteur conserve les droits de publication.

Résumé

Thibaudeau, David. M.Sc.A. Collège militaire royal du Canada, Janvier, 2014.
MODÉLISATION D'UN STRATIFIÉ MINCE CARBONE-ÉPOXY EN FLEXION 4-POINT. Thèse dirigée par Dr. Diane Wowk et Dr. Catharine Marsden

La complexité de l'analyse des contraintes des matériaux composites limite l'utilisation des calculs analytiques, rendant l'analyse par éléments finis souvent nécessaire. Alors que la théorie classique des stratifiés (TCS) peut être utilisée pour déterminer les contraintes dans le plan, les contraintes interlaminaires ne peuvent être évaluées par cette théorie, car la théorie suppose un état plan de contrainte. Différents logiciels commerciaux d'analyse par éléments finis permettant la modélisation des matériaux composites sont disponibles sur le marché.

L'objectif de la présente étude était de développer une méthodologie permettant de prédire la distribution de la contrainte interlaminaire d'un stratifié soumis à un essai en flexion 4-point dans le but éventuel d'étudier la relation entre le comportement en fatigue d'un stratifié et les valeurs de la contrainte interlaminaire aux rebords. Trois logiciels d'analyse par éléments finis (ANSYS, Stress Check et PATRAN/NASTRAN) ont été utilisés afin de développer une méthode logique pour la création d'un modèle et l'extraction de résultats.

Les résultats numériques obtenus à partir de la modélisation du stratifié $[(0/90)_4]_s$ ont montré un fléchissement équivalent aux résultats expérimentaux. Les valeurs de déplacements du stratifié (fléchissement) sont équivalentes pour les résultats numériques et expérimentaux, et ce malgré la simplicité du modèle utilisé.

L'approche de modélisation macroscopique, où chaque pli est défini par un matériau homogène et orthotrope, a créé des singularités de contraintes à l'interface des plis aux rebords. Ces singularités sont produites par la discontinuité des propriétés des

plis adjacents. Toutefois, la valeur des contraintes interlaminaires hors plan tend à converger à une certaine distance du rebord.

Une zone de convergence a été définie en évaluant la variation des contraintes selon le degré de liberté du modèle, et l'utilisation de la méthode-P a permis de définir avec précision cette zone de convergence en variant le degré polynomial tout en conservant la position des éléments dans chaque modèle. Bien que le modèle utilisé ne permette pas de déterminer la valeur maximale de la contrainte interlaminaire située en zone de singularité, en évaluant les contraintes interlaminaires en zone de convergence, une comparaison de différents stratifiés peut être effectuée selon la valeur des contraintes interlaminaires de chacun des stratifiés.

Les contraintes interlaminaires de trois types de stratifiés ont été évaluées. Le nombre de plis ainsi que l'orientation des renforts ont été définis afin d'obtenir des stratifiés dont la rigidité en flexion est similaire, mais dont les contraintes interlaminaires varient. Les trois stratifiés analysés $[(0/90)_4]_s$, $[0/65/90/-65/0/65/90/-65/0]_s$ et $[0/45/90/-45/0/45/90/-45/0]_s$ ont produit des contraintes interlaminaires de différents niveaux soient faibles, moyennes et élevées. La comparaison des contraintes interlaminaires permettra d'analyser le comportement en fatigue des différents stratifiés à partir d'essais expérimentaux et de définir un facteur de corrélation entre les contraintes interlaminaires et le comportement en fatigue des stratifiés.

Mots clés : Flexion 4-point, contrainte interlaminaire, effet de rebord, éléments finis

Abstract

Thibaudeau, David. M.A.Sc. Royal Military College of Canada, January, 2014. *MODELING 4-POINT BENDING OF THIN CARBON-EPOXY LAMINATES*. Supervised by Dr. Diane Wowk and Dr. Catharine Marsden.

Finite elements analysis is often used to predict the behaviour of composite materials as the use of analytical calculations is limited by the complexity the material's stress state. Although the Classical Laminate Theory (CLT) can be used to determine in-plane stress, it cannot be used to determine interlaminar stress as this theory presumes an in-plane state. The analysis of composite materials is possible through various commercial finite element analysis software packages available on the market.

The objective of the present study was to develop a methodology to predict the distribution of the interlaminar stress in a 4-point bending test in order to ultimately study the relation between laminate fatigue behaviour and the values of interlaminar stress at the edges. Three finite elements analysis software packages (ANSYS, Stress Check and PATRAN/NASTRAN) were used to develop a consistent method for modeling and results extraction.

The numerical predictions obtained from the laminate model $[(0/90)_4]_s$ have shown a deflection comparable to the experimental testing results. The laminate's displacement values (deflection) are the same with both the numerical and experimental results despite the simplicity of the modelling used.

The macroscopic modelling approach, where each ply is defined by an orthotropic and homogenous material, generated stress singularities to the plies' interface at the edges. These singularities are caused by a discontinuity in the material properties of the neighboring plies. However, the out-of-plane interlaminar stress tends to converge when examined at a specified distance from the free edge.

A convergence zone was established by estimating the stress variation in accordance with the number of degrees of freedom in the model. Using the P-method, the convergence zone was precisely defined by varying the polynomial degree while keeping the position of the elements identical on each model. The maximum value of the interlaminar stress cannot be determined with the model used, however, by determining the maximum interlaminar stress in the convergence zone a comparison of various laminates can be done.

The interlaminar stress for three types of laminates were assessed. The number of plies and the orientation of the reinforcements were defined in order to obtain laminates with similar bending stiffness but with varied interlaminar stress. The three laminates analysed $[(0/90)_4]_s$, $[0/65/90/-65/0/65/90/-65/0]_s$ et $[0/45/90/-45/0/45/90/-45/0]_s$ produced low, medium and high values of interlaminar stress.

In conclusion, developing a method for consistently comparing interlaminar stresses aid in determining whether a correlation between interlaminare and fatigue behaviour exists.

Keywords: 4-point bending, interlaminar stresses, edge effect, finite element.

Table des matières

Résumé	ii
Abstract	iv
Table des matières	vi
Liste des tableaux	xii
Table des figures	xv
Nomenclature	xxi
Glossaire	xxii
Chapitre 1. Introduction	1
1.1. Revue générale	1
1.2. Objectif	2
1.3. Composition	2
Chapitre 2. Revue de la documentation	5
2.1. Contexte	5
2.2. État de contrainte interlaminaire aux rebords	5
2.2.1. Approche numérique du calcul de la contrainte interlaminaire	6
2.2.2. Déformation interlaminaire	11
2.2.3. Les facteurs d'influences sur la contrainte interlaminaire	13
2.2.4. Contrainte interlaminaire et comportement en fatigue d'un stratifié	18
2.3. Analyse de la contrainte intelaminaire de stratifiés en flexion	20
2.3.1. Essai en flexion 4-point	20
2.4. Sommaire	22

Chapitre 3. Théorie	24
3.1. Définition des matériaux composites	24
3.2. Méthode d'analyse : Théorie classique des stratifiés	27
3.3. Contrainte interlaminaire aux rebords	33
3.4. La méthode de différences finies	35
3.5. La méthode des éléments finis	36
3.5.1. Modélisation et analyse de stratifiés	39
3.5.2. La modélisation d'un stratifié à partir d'éléments 2D	40
3.5.3. Modélisation d'un stratifié à partir d'éléments 3D	41
Chapitre 4. Évaluation des logiciels d'analyse par éléments finis . .	43
4.1. Description du modèle et étapes de modélisation	44
4.1.1. Géométrie du spécimen d'essai en flexion 4-point	45
4.1.2. Type d'éléments et maillage des modèles numériques	46
4.1.3. Propriétés du matériau et caractéristiques des stratifiés	50
4.1.4. Modélisation des conditions de charges et d'appuis	52
4.1.5. Solution d'analyse et validation de l'analyse linéaire	52
4.2. Calculs et résultats analytiques de la déformation et la contrainte dans le plan des stratifiés A et B	53
4.3. Résultats numériques obtenus par modélisation de la déformation et la contrainte dans le plan des stratifiés A et B	57
4.4. Validation du modèle numérique par étude comparative avec les résultats expérimentaux du fléchissement du stratifié $[(0/90)_4]_s$	58
4.4.1. Valeurs du fléchissement des stratifiés A et B	59
4.5. Comparaison des valeurs numériques du champ de contraintes dans le plan des stratifiés A et B calculées à partir des logiciels évalués	60
4.6. Comparaison des valeurs numériques aux valeurs analytiques des contraintes dans le plan des stratifiés A et B	61
4.6.1. Comparaison des valeurs numériques et analytiques du champ de contrainte dans le plan du stratifié A	62

4.6.2.	Comparaison des valeurs numériques et analytiques du champ de contrainte dans le plan du stratifié B	63
4.7.	Couple interne (M_{xy}) produit pour un laminé à angle soumis à un essai de flexion 4-point	63
4.8.	Avantages et limitations des logiciels évalués	65
4.8.1.	Le module composite du logiciel ANSYS	65
4.8.2.	Le module composite du logiciel PATRAN	67
4.8.3.	Le module composite du logiciel StressCheck	68
4.9.	Sommaire	68

Chapitre 5. Contraintes interlaminaires aux rebords d'un stratifié

en tension	70
5.1.	Description du modèle et caractéristiques des stratifiés	70
5.1.1.	Propriétés du matériau et caractéristiques des stratifiés	71
5.1.2.	Modélisation du stratifié - type d'élément et maillage	72
5.1.3.	Conditions frontière et paramètres d'analyses	74
5.2.	Résultats préliminaires des champs de contraintes à l'interface des plis des stratifiés $[0/90]_s$ et $[\pm 45]_s$	76
5.2.1.	Champ de contraintes à l'interface des plis du stratifié $[0/90]_s$	76
5.2.2.	Champ de contraintes à l'interface des plis du stratifié $[\pm 45]_s$	78
5.2.3.	Comparaison des résultats de la contrainte à l'interface des plis du stratifié $[\pm 45]_s$	79
5.2.4.	Comparaison des résultats obtenus des trois logiciels étudiés	80
5.3.	Étude de convergence des valeurs de la contrainte interlaminaire	81
5.3.1.	Résultats de l'étude de convergence des valeurs de la contrainte interlaminaire du stratifié $[0/90]_s$	82
5.3.2.	Résultats de l'étude de convergence des valeurs de la contrainte interlaminaire du stratifié $[\pm 45]_s$	84
5.3.3.	Comparaison des limites des zones de convergence des contraintes interlaminaire des stratifiés $[0/90]_s$ et $[\pm 45]_s$	84

5.4. Contrainte interlaminaire en zone de convergence des stratifiés $[0/90]_s$ et $[\pm 45]_s$	86
5.5. Influence de l'orientation des renforts sur la contrainte interlaminaire aux rebords	89
5.6. Sommaire	90
Chapitre 6. Contraintes interlaminaires des stratifiés soumis à un essai de flexion 4-point	94
6.1. Description du modèle et caractéristiques des stratifiés	94
6.1.1. Modélisation du stratifié - type d'éléments et maillage	95
6.1.2. Conditions de charge et d'appuis et paramètres d'analyse	95
6.2. Déformation et contrainte dans le plan des stratifiés $[0/90]_s$ et $[\pm 45]_s$ - calculs et résultats analytiques	97
6.2.1. Champ de contrainte dans le plan du stratifié $[0/90]_s$	99
6.2.2. Champ de contrainte dans le plan du stratifié $[\pm 45]_s$	100
6.3. Comparaison des valeurs analytiques et numériques de la contrainte dans le plan des stratifiés $[0/90]_s$ et $[\pm 45]_s$	101
6.3.1. Comparaison des valeurs de la contrainte dans le plan du stra- tifié $[0/90]_s$	101
6.3.2. Comparaison des valeurs de la contrainte dans le plan du stra- tifié $[\pm 45]_s$	103
6.4. Contrainte interlaminaire évaluée au plan médian des stratifiés $[0/90]_s$ et $[\pm 45]_s$	105
6.5. Champs de contraintes évalués à l'interface des plis des stratifiés $[0/90]_s$ et $[\pm 45]_s$	107
6.5.1. Champ de contraintes évalué à l'interface des plis du stratifié $[0/90]_s$	107
6.5.2. Champ de contraintes évalué à l'interface des plis du stratifié $[\pm 45]_s$	108

6.6.	Étude de convergence des contraintes interlaminaires à l'interface des plis des stratifiés $[0/90]_s$ et $[\pm 45]_s$	109
6.6.1.	Résultats de l'étude de convergence des contraintes hors plan à l'interface des plis du stratifié $[0/90]_s$	110
6.6.2.	Résultats de l'étude de convergence des contraintes hors plan à l'interface des plis du stratifié $[\pm 45]_s$	110
6.7.	Champs de contraintes interlaminaires des stratifiés $[0/90]_s$ et $[\pm 45]_s$ en zone de convergence	111
6.7.1.	Champ de contraintes interlaminaires du stratifié $[0/90]_s$	112
6.7.2.	Champ de contraintes interlaminaire du stratifié $[\pm 45]_s$	112
6.8.	Évaluation des contraintes maximales des stratifiés $[0/90]_s$ et $[\pm 45]_s$	112
6.8.1.	Évaluation des contraintes maximales du stratifié $[0/90]_s$	115
6.8.2.	Évaluation des contraintes maximales du stratifié $[\pm 45]_s$	116
6.9.	Sommaire	117
Chapitre 7. Évaluation de la contrainte de stratifiés soumis à un essai de flexion 4-point		
7.1.	Description du modèle et caractéristiques des stratifiés	119
7.1.1.	Conditions de charges et d'appuis	120
7.1.2.	Solution d'analyse - validation de l'utilisation de l'analyse linéaire	121
7.2.	Contrainte interlaminaire due à l'effort tranchant évaluée au plan médian des stratifié A, C et D	122
7.3.	Évaluation des contraintes interlaminaires des stratifiés A, C et D	122
7.4.	Comparaison des contraintes maximales des stratifiés A et C aux contraintes ultimes du matériau	124
7.5.	Sommaire	126
Chapitre 8. Conclusions et recommandations		
8.1.	Conclusions	129
8.2.	Recommandations	130
Bibliographie		
		132

Annexe A.	Exemple de calculs de la contrainte	135
Annexe B.	Contraintes dans le plan stratifié A et B	137
Annexe C.	Informations sur les matériaux	141

Liste des tableaux

Table 2.1.	Propriétés matériau graphite-époxy et verre-époxy [8]	18
Table 4.1.	Dimensions du spécimen flexion 4-point définies selon les échantillons d'essais expérimentaux [43]	45
Table 4.2.	Propriétés du matériau préimprégné unidirectionnel carbone époxy CYCOM 5276-1/G40-800 [47]	51
Table 4.3.	Valeurs des courbures du plan médian des stratifiés A et B	54
Table 4.4.	Déformations et contraintes calculées à partir de la théorie classique des stratifiés - stratifié A $[(0/90)_4]_s$	57
Table 4.5.	Déformations et contraintes calculées à partir de la théorie classique des stratifiés - stratifié B $[(0/90)_2(\pm 45)_2]_s$	58
Table 4.6.	Fléchissement maximal du stratifié A (mm) - valeurs obtenues pour l'ensemble des logiciels évalués	61
Table 4.7.	Fléchissement maximal du stratifié B (mm) - valeurs obtenues pour l'ensemble des logiciels évalués	61
Table 4.8.	Contraintes longitudinales (σ_x) selon la moitié de l'épaisseur du stratifié A	63
Table 4.9.	Contraintes longitudinales (σ_x) selon la moitié de l'épaisseur du stratifié B	64
Table 4.10.	Valeurs des courbures du plan médian du stratifié B- valeurs cal- culées à partir des résultats numériques	65
Table 5.1.	Géométrie du modèle - dimensions correspondant à un ratio de b/h_o $=8$	71
Table 5.2.	Propriétés du préimprégné graphite-époxy à haut module [8]	72
Table 5.3.	Paramètres des modèles du logiciel ANSYS	73
Table 5.4.	Paramètres des modèles du logiciel StressCheck	75

Table 5.5.	Limites de la zone de convergence des contraintes interlaminaires à l'interface des plis 0° et 90° du stratifié $[0/90]_s$	87
Table 5.6.	Limite de la zone de convergence des contraintes interlaminaires à l'interface des plis 45° et -45° du stratifié $[\pm 45]_s$	87
Table 5.7.	Contraintes interlaminaires maximales dans la zone de convergence pour les stratifiés $[0/90]_s$ et $[\pm 45]_s$ évaluées à $y/b=0.985$	89
Table 5.8.	Contrainte en cisaillement dans le plan τ_{xy} évaluée au centre du stratifié et contrainte en cisaillement hors plan τ_{xz} évaluée à l'interface des plis près du rebord à $y/b=0.985$ - stratifiés avec renfort à diverses orientations	91
Table 6.1.	Dimensions du spécimen en flexion 4-point	95
Table 6.2.	Paramètres des modèles 3D du logiciel StressCheck	95
Table 6.3.	Charges appliquées aux stratifiés $[0/90]_s$ et $[\pm 45]_s$	96
Table 6.4.	Moment équivalent M_x appliqué aux stratifiés	97
Table 6.5.	Valeurs analytiques de la déformation et courbure du plan médian des stratifiés $[0/90]_s$ et $[\pm 45]_s$	99
Table 6.6.	Valeurs analytiques de la déformation dans le plan du stratifié $[0/90]_s$	100
Table 6.7.	Valeurs analytiques de la déformation dans le plan du stratifié $[\pm 45]_s$	100
Table 6.8.	Valeurs analytiques de la contrainte dans le plan du stratifié $[0/90]_s$ selon la direction globale (x,y,z)	101
Table 6.9.	Valeurs analytiques de la contrainte dans le plan du stratifié $[\pm 45]_s$ selon la direction globale (x,y,z)	101
Table 6.10.	Valeurs de la déformation et courbure du plan médian du stratifié $[\pm 45]_s$ - valeurs calculées à partir des résultats numériques	103
Table 6.11.	Contraintes interlaminaires maximales dans la zone de convergence pour les stratifiés $[0/90]_s$ et $[\pm 45]_s$	113
Table 6.12.	Valeurs de la contrainte dans le plan du stratifié $[0/90]_s$ selon la direction du matériau (1,2,3)	114
Table 6.13.	Valeurs de la contrainte dans le plan du stratifié $[\pm 45]_s$ selon la direction du matériau (1,2,3)	115

Table 6.14. Contrainte maximale du stratifié $[0/90]_s$	115
Table 6.15. Contraintes maximales du stratifié $[\pm 45]_s$	116
Table 6.16. Contraintes ultimes unidirectionnelles carbone époxy CYCOM 5276- 1/G40-800 [47]	117
Table 7.1. Contraintes interlaminaires hors plan maximales des stratifiés A, C et D en zone de convergence à $y/b=0.993$	124
Table 7.2. Contraintes maximales des stratifiés A et C et marges de sécurité	127
Table B.1. Contraintes transversales - stratifié A	137
Table B.2. Contraintes transversales - stratifié B	138
Table B.3. Contraintes de cisaillement - stratifié B	138

Table des figures

Figure 2.1. Représentation simplifiée d'un stratifié utilisée dans le modèle Puppo et Evensen [9]	6
Figure 2.2. Modèle d'un stratifié soumis à une charge longitudinale utilisé par Pipes et Pagano pour l'étude de la contrainte interlaminaire aux rebords [8]	7
Figure 2.3. Conditions frontière - méthode de différence finie [8]	8
Figure 2.4. État de contrainte du stratifié $[\pm 45^\circ]_s$ [8]	9
Figure 2.5. Comparaison des résultats de la contrainte d'un stratifié en tension obtenus par Pipes et Pagano [8] et Puppo et Evensen [9]	10
Figure 2.6. État de contrainte d'un stratifié $[\pm 45^\circ]_s$ évalué à l'interface des plis $\pm 45^\circ$ selon la largeur du stratifié [15]	11
Figure 2.7. Contrainte interlaminaire selon l'épaisseur du stratifié $[\pm 45^\circ/0^\circ/90^\circ]_s$ - analyse par éléments finis [11]	12
Figure 2.8. Technique de Moiré - déplacement longitudinal d'un stratifié sou- mis à une charge axiale. (a) $(30_2/-30_2)$ (b) $(\pm 30)_s$ [19]	13
Figure 2.9. Distribution du déplacement axiale d'un stratifié $[\pm 25]_s$ observée à l'interface des plis à $2h_0$ par la technique de Moiré [20]	14
Figure 2.10. Influence de la séquence de laminage sur l'effet de rebord et de la contrainte hors plan σ_z [22]	15
Figure 2.11. Variation de la contrainte de cisaillement interlaminaire (τ_{xz}) en fonction de l'orientation des renforts [8]	16
Figure 2.12. Influence du matériau sur la contrainte interlaminaire d'un stratifié $(\pm 45^\circ/0^\circ)_s$ soumis à une charge en tension [23]	17
Figure 2.13. Contrainte ultime en tension en fonction de l'angle et de la largeur du stratifié [3]	19
Figure 2.14. Contrainte interlaminaire à l'interface de stratifiés en flexion [12]	21

Figure 2.15. Forces équivalentes de l'essai de flexion 4-point - Efforts tranchants et moment fléchissant [31]	22
Figure 2.16. Déviation de la force produite par le large fléchissement d'un stratifié soumis à un essai en flexion 4-point [31]	22
Figure 3.1. Représentation d'un stratifié symétrique et composé de 16 plis à 0° et 90° dont le code d'identification du stratifié est $[(0/90)_4]_s$	26
Figure 3.2. Représentation d'un stratifié symétrique et composé de 16 plis à 0° , $\pm 45^\circ$ et 90° dont le code d'identification du stratifié est $[(0/90)_2/(\pm 45)_2]_s$	27
Figure 3.3. Système de coordonnées selon l'orientation du matériau (1, 2, et 3) et système de coordonnées global (x, y et z) [37]	29
Figure 3.4. Système de numérotation des plis dans le stratifié [38]	30
Figure 3.5. Système de coordonnées et forces et moments équivalents par unité de longueur [38]	31
Figure 3.6. État de contrainte et déformation d'un stratifié [37]	32
Figure 3.7. Contraintes interlaminaires dans un stratifié $(0^\circ/90^\circ)_s$ [39]	35
Figure 3.8. Contraintes interlaminaires dans un stratifié $(\pm 45^\circ)_s$ [39]	36
Figure 3.9. Exemples de type d'éléments utilisés en analyses par éléments finis [41]	37
Figure 3.10. Erreur de discrétisation selon le maillage et l'utilisation d'éléments linéaires ou quadratiques lors de la modélisation [37]	38
Figure 3.11. Analyse (a) micro mécanique (b) macro mécanique - niveau lamina (c) macro mécanique - niveau stratifié [37]	39
Figure 3.12. Modélisation micro mécanique d'un composite (fibres - matrice) [42]	40
Figure 4.1. Montage de l'essai de flexion 4-point d'un stratifié mince carbone-époxy [43]	44
Figure 4.2. Photo de l'échantillon de l'essai en flexion 4-point [43]	45
Figure 4.3. Géométrie du modèle en 2 dimensions	46
Figure 4.4. Éléments et conditions frontière du modèle en 3 dimensions	46
Figure 4.5. Modélisation 3D du stratifié à partir du logiciel PATRAN/NASTRAN	48

Figure 4.6. Modélisation 3D d'un stratifié $[(0/90)_2(\pm 45)_2]_s$ à partir du logiciel StressCheck	49
Figure 4.7. Modèle ANSYS 3D-II montrant le système de coordonnées des plis à 45° et le système de coordonnées globale.	50
Figure 4.8. Résultats des analyses linéaire et non linéaire - contrainte longitudinale σ_x évaluée selon l'épaisseur du stratifié $[(0/90)_4]_s$	53
Figure 4.9. Champs de contraintes dans le plan- Stratifié A - Moments équivalents M_x	56
Figure 4.10. Contrainte longitudinale du stratifié $[(0/90)_4]_s$ - StressCheck modèle 3D	59
Figure 4.11. Fléchissement du stratifié $[(0/90)_4]_s$ soumis à essai de flexion 4-point. Comparaison des valeurs numériques obtenues du modèle 3D StressCheck et de résultats expérimentaux [43]	60
Figure 4.12. Zone d'extraction des valeurs de la contrainte selon l'épaisseur du stratifié	62
Figure 4.13. Contrainte de cisaillement dans le plan (τ_{xy}) - Stratifié B - Valeurs analytiques calculées à partir du moment équivalent M_x	66
Figure 4.14. Contrainte de cisaillement dans le plan (τ_{xy}) - Stratifié B- Valeurs analytiques calculées à partir des moments équivalents M_x et M_{xy}	67
Figure 5.1. Modèle d'un stratifié en tension utilisé par Pipes et Pagano [8]	71
Figure 5.2. Séquence de drapage des stratifiés	72
Figure 5.3. Modèle ANSYS 3D-II	73
Figure 5.4. Section centrale du modèle 3D-multi PATRAN/NASTRAN	74
Figure 5.5. Modèle 3D StressCheck avec conditions frontière	76
Figure 5.6. Zone d'extraction de la contrainte selon la largeur du stratifié à l'interface des plis	77
Figure 5.7. Valeurs numériques du champ de contraintes à l'interface des plis de 90° et 0° du stratifié $[0/90]_s$ - valeurs obtenues par l'analyse du modèle 3D de 8 éléments/pli du logiciel StressCheck	78

Figure 5.8. Valeurs numériques du champ de contraintes à l'interface des plis de $\pm 45^\circ$ du stratifié $[\pm 45]_s$ - valeurs obtenues par l'analyse du modèle 3D de 8 éléments/pli du logiciel StressCheck	79
Figure 5.9. Champ de contraintes à l'interface des plis de $\pm 45^\circ$ du stratifié $[\pm 45]_s$ - valeurs publiées par R.B Pipes et N.J. Pagano [8]	80
Figure 5.10. Contrainte interlaminaire de cisaillement (τ_{xz}) à l'interface des plis du stratifié $[\pm 45]_s$ - résultats d'analyse obtenus à partir des trois logiciels. 81	81
Figure 5.11. Résultats de l'étude de convergence - contrainte interlaminaire σ_z à l'interface des plis de 90° et 0° du stratifié $[0/90]_s$	83
Figure 5.12. Résultats de l'étude de convergence - contrainte interlaminaire τ_{yz} à l'interface des plis de 90° et 0° du stratifié $[0/90]_s$	83
Figure 5.13. Résultats de l'étude convergence - contrainte interlaminaire σ_z à l'interface des plis de $\pm 45^\circ$ du stratifié $[\pm 45]_s$	85
Figure 5.14. Résultats de l'étude de convergence - contrainte interlaminaire τ_{xz} à l'interface des plis de $\pm 45^\circ$ du stratifié $[\pm 45]_s$	85
Figure 5.15. Résultats de l'étude de convergence - contrainte interlaminaire τ_{yz} à l'interface des plis de $\pm 45^\circ$ du stratifié $[\pm 45]_s$	86
Figure 5.16. Contrainte interlaminaire de cisaillement τ_{yz} selon l'épaisseur évaluée au rebord du stratifié $[\pm 45]_s$	88
Figure 5.17. Champ de contraintes interlaminaires en zone de convergence du stratifié $[0/90]_s$	88
Figure 5.18. Champ de contraintes interlaminaires en zone de convergence du stratifié $[\pm 45]_s$	90
Figure 5.19. Variation de la contrainte interlaminaire τ_{xz} à l'interface de stratifiés à différents angles	92
Figure 5.20. Relation entre la contrainte de cisaillement dans le plan τ_{xy} et la contrainte interlaminaire hors plan τ_{xz} à l'interface des plis au rebord du stratifié	93
Figure 6.1. Conditions de charge et d'appuis représentés pour un essai de flexion 4-point	96

Figure 6.2.	Déformation longitudinale ϵ_x du stratifié $[0/90]_s$	97
Figure 6.3.	Champ de contraintes dans le plan du stratifié $[0/90]_s$	102
Figure 6.4.	Champ de contraintes dans le plan du stratifié $[\pm 45]_s$	104
Figure 6.5.	Champ de contraintes à l'interface - stratifié $[\pm 45]_s$ avec ajout de M_y et M_{xy}	105
Figure 6.6.	Contrainte de cisaillement hors plan entre les points de charge selon la longueur des stratifiés $[0/90]_s$ et $[\pm 45]_s$	106
Figure 6.7.	Contraintes de cisaillement selon l'épaisseur du stratifié $[\pm 45]_s$ évaluée à $x=30$ mm	107
Figure 6.8.	Champ de contraintes à l'interface des plis $0^\circ/90^\circ$ ($z/h_0=1$) du stratifié $[0/90]_s$	108
Figure 6.9.	Champ de contraintes à l'interface des plis à $\pm 45^\circ$ ($z/h_0=1$) du stratifié $[\pm 45]_s$	109
Figure 6.10.	Résultats de l'étude de convergence montrant la différence de la contrainte hors plan à l'interface des plis à 0° et à 90° obtenue à partir du modèle utilisant un P-level 8 et un P-level 7	110
Figure 6.11.	Résultats de l'étude de convergence montrant la différence de la contrainte hors plan à l'interface des plis à $+45^\circ$ et à -45° obtenue à partir du modèle utilisant un P-level 8 et un P-level 7	111
Figure 6.12.	Contraintes hors plan du stratifié $[0/90]_s$ à l'interface des plis en zone de convergence - valeurs définies à $z/h_0 = 1$ au-dessous du plan médian, en tension	113
Figure 6.13.	Contraintes hors plan du stratifié $[\pm 45]_s$ à l'interface des plis en zone de convergence - valeurs définies à $z/h_0 = 1$ au-dessous du plan médian, en tension	114
Figure 7.1.	Séquence de drapage des stratifiés	120
Figure 7.2.	Résultats des analyses linéaire et non linéaire - contrainte longitu- dinale σ_x évaluée selon l'épaisseur du stratifié $[(0/90)_4]_s$	121
Figure 7.3.	Contrainte hors plan τ_{yz} du à l'effort tranchant entre les points de charge des stratifiés A, C et D	122

Figure 7.4. Contrainte interlamaminaire hors plan selon l'épaisseur du stratifié A dans la zone de convergence à $y/b=0.993$ - stratifié soumis à une charge de 1180 Newton	123
Figure 7.5. Contrainte interlamaminaire hors plan selon l'épaisseur du stratifié C dans la zone de convergence à $y/b=0.993$ - stratifié soumis à une charge de 1180 Newton	125
Figure 7.6. Contrainte interlamaminaire hors plan selon l'épaisseur du stratifié D dans la zone de convergence à $y/b=0.993$ - stratifié soumis à une charge de 1180 Newton	126
Figure B.1. Contrainte transversale stratifié B	139
Figure B.2. Contrainte longitudinale stratifié B	140

Nomenclature

Symbol	Definition	Units
A	rigidité plane	GPa-mm
B	terme de couplage	GPa-mm ²
D	rigidité en flexion	GPa-mm ³
E	module d'élasticité	GPa
G_{xy}	module de cisaillement	MPa
I	moment d'inertie	mm ⁴
L	étendue	mm
M_x, M_y, M_z	moment résultant par unité de longueur	N.m/m
M	moment	N.mm
N_x, N_y, N_z	force résultante par unité de longueur	N/m
N	force normal	N
P	force axial	N
Q	matrice de rigidité	GPa
\bar{Q}	matrice de rigidité globale	GPa
R	forces de réactions	N
T	matrice de transformation	—
V	force de cisaillement	N
b	largeur	mm
k	indice des plis	—
κ	courbure dans le plan	mm ⁻¹
t	épaisseur	mm
w	fléchissement	mm
ε	déformation	—
γ	déformation de cisaillement	—
ν	coefficient de Poisson	—
θ	angle de rotation	radians
σ	contrainte normale	MPa
τ	contrainte de cisaillement	MPa

Glossaire

Mot	Définition
Discrétisation	Étape de résolution des équations différentielles et des dérivées partielles qui consiste à remplacer des relations portant sur des fonctions continues ou dérivables, par un nombre fini de relations algébriques portant sur les valeurs prises par ces fonctions en un nombre fini de points de leur ensemble de définition.
Drapage	Procédé de fabrication utilisé principalement par les industries aéronautiques et spatiales pour des éléments composites à haute performance qui consiste à déposer sur un modèle (ou moule) des nappes prédécoupées de tissus de fibres imprégnées de la matrice et à polymériser la structure selon un cycle de cuisson bien défini dans un autoclave.
Essai	Examen d'un élément, destiné à s'assurer que cet élément répond à des exigences spécifiées.
Fléchissement	Déformation courbe d'un élément provoquée par une charge, ou parfois sous l'effet de son propre poids.
Résistance spécifique	Le quotient de la résistance par la masse volumique ou par une puissance de cette masse volumique

Introduction

1.1 Revue générale

Les matériaux composites, grâce à leur résistance spécifique élevée, jouent un rôle important dans la fabrication des structures du domaine des hautes technologies comme l'aérospatial. Cependant, malgré d'excellentes propriétés mécaniques, leur utilisation pour la fabrication des structures primaires est limitée par la complexité de leurs modes d'endommagement qui rend leur comportement en fatigue difficile à prévoir. Plusieurs facteurs peuvent interagir et altérer le comportement en fatigue du matériau, ces facteurs incluent les contraintes interlaminaires près des rebords. Des études antérieures [1–3] ont démontré que cette contrainte peut contribuer à la délamination et la rupture du matériau.

Alors que la théorie classique des stratifiés (TCS) peut être utilisée pour déterminer les contraintes dans le plan [4], elle ne peut être utilisée pour évaluer les contraintes interlaminaires, car cette théorie suppose un état plan de contrainte. La déformation interlaminaire aux rebords peut être évaluée en utilisant la technique interférométrie de Moiré ou la corrélation d'images numériques [5–7]. Bien que ces deux techniques permettent d'observer le déplacement des plis aux rebords et ainsi calculer la déformation et la contrainte interlaminaire, comme les valeurs ne sont évaluées qu'aux rebords elles ne représentent pas nécessairement les contraintes interlaminaires maximales. L'utilisation de l'analyse par éléments finis (AEF) est une option appropriée pour prédire la contrainte interlaminaire à travers le stratifié.

La plupart des études antérieures prédisant la contrainte interlaminaire ont été effectuées pour des stratifiés soumis à une charge longitudinale en tension [8–11] et peu d'études ont été effectuées sur la distribution de la contrainte interlaminaire aux rebords de stratifiés en flexion [12], bien que l'essai en flexion représente mieux les charges subites par les pièces en service.

Des analyses par éléments finis des stratifiés soumis à une charge longitudinale en tension ont démontré la présence d'une singularité de la contrainte interlaminaire à l'interface des plis près des rebords [10, 11, 13]. Les études ont montré que la précision obtenue pour les valeurs de la contrainte interlaminaire dépend fortement du type de maillage des éléments et que les valeurs tendent à converger lorsqu'elles sont extraites à une distance des rebords correspondant à $(b-y)/h \geq 0.08$ où b correspond à la largeur du stratifié, y correspond à la distance du rebord dans la direction transversale et h correspond à l'épaisseur d'un pli [10].

1.2 Objectif

L'objectif de la présente étude était de développer une méthodologie permettant de prédire la distribution de la contrainte interlaminaire d'un stratifié soumis à un essai en flexion 4-point dans le but éventuel d'étudier la relation entre le comportement en fatigue d'un stratifié et les valeurs de la contrainte interlaminaire aux rebords. Trois logiciels d'analyse par éléments finis (ANSYS, Stress Check et PATRAN/NASTRAN) ont été utilisés afin de développer une méthode logique pour la création d'un modèle et l'extraction de résultats.

1.3 Composition

Cette thèse est constituée de huit chapitres dont la composition est définie ci-dessous, suivie d'appendices pertinents au contenu des chapitres.

- Chapitre 1 - Le présent chapitre consiste en une revue générale du sujet, les objectifs de la thèse et la composition des différents chapitres de cet ouvrage.
- Chapitre 2 - Ce chapitre révisé la documentation pertinente publiée sur le sujet de la thèse. Les sujets couverts sont : la contrainte interlaminaire, les facteurs d'influence de la contrainte interlaminaire et les conséquences de la contrainte

interlaminaire sur le comportement en fatigue du stratifié, les études de stratifiés soumis à des essais en flexion ainsi que les difficultés de la modélisation d'un essai en flexion 4-point d'un stratifié mince.

- Chapitre 3 - Ce chapitre fait un survol des théories sur les sujets couverts dans cet ouvrage soit : la définition de matériau composite, la théorie classique du calcul des stratifiés, la contrainte interlaminaire et l'analyse par éléments finis des matériaux composites.
- Chapitre 4 - Ce chapitre comporte l'évaluation de trois logiciels commerciaux d'analyses par éléments finis. Les résultats de la déformation et la contrainte dans le plan d'un modèle représentant un stratifié soumis à un essai en flexion 4-point sont présentés pour chacun des logiciels utilisés. Les résultats numériques sont comparés aux résultats analytiques en utilisant la théorie classique des stratifiés.
- Chapitre 5 - Ce chapitre consiste en l'évaluation de la contrainte interlaminaire d'un stratifié soumis à une charge longitudinale en tension. L'analyse numérique est effectuée à l'aide des trois logiciels sur un modèle simple utilisé lors d'études antérieures. L'analyse est effectuée à partir de modèles constitués d'un nombre d'éléments variable afin d'effectuer une étude de convergence et valider les résultats obtenus. Les résultats pour la contrainte interlaminaire obtenus à partir des logiciels évalués sont comparés avec les résultats d'études antérieures.
- Chapitre 6 - Ce chapitre inclut l'évaluation de la contrainte interlaminaire d'un stratifié soumis à une charge en flexion. L'analyse numérique est effectuée à partir du logiciel StressCheck sur un modèle représentant un stratifié soumis à un essai en flexion 4-point. Les valeurs de la contrainte obtenues à partir du logiciel sont comparées aux contraintes ultimes du matériau afin d'évaluer les

contraintes critiques des stratifiés.

- Chapitre 7- Ce chapitre contient une description de l'évaluation de différentes séquences de drapage de stratifiés soumis à un essai en flexion 4-point dont les valeurs de la contrainte interlaminaire varient, mais dont la rigidité en flexion est équivalente.

- Chapitre 8- Ce chapitre comprend la conclusion du présent ouvrage et les recommandations sur la modélisation des stratifiés à partir des logiciels étudiés.

Revue de la documentation

Ce chapitre présente la revue de la documentation pertinente au sujet de cette thèse. Après une courte revue du contexte, les sujets couverts par ce chapitre sont : la contrainte interlaminaire, les facteurs d'influences et les conséquences sur le comportement en fatigue du stratifié, les études de stratifiés en flexion et les difficultés de la modélisation d'un essai de flexion 4-point d'un stratifié.

2.1 Contexte

Les matériaux composites offrent d'excellentes propriétés mécaniques, par contre la complexité de leurs modes d'endommagement rend leur comportement en fatigue difficile à prévoir. Plusieurs facteurs peuvent interagir et altérer le comportement du matériau. Ces facteurs incluent les contraintes hors plans interlaminaires présentes près des rebords. Des études antérieures [1–3] ont démontré que la présence de la contrainte interlaminaire peut produire des dommages entre les plis causant de la délamination et rupture, principalement en fatigue. Bien que la théorie classique des stratifiés est appropriée pour déterminer les contraintes dans le plan des plis [4], les contraintes interlaminaires ne peuvent être prédites par cette théorie, car la théorie suppose un état de contrainte plane.

2.2 État de contrainte interlaminaire aux rebords

Les premières recherches sur l'état de contrainte interlaminaire aux rebords d'un stratifié ont été effectuées par Puppo et Evensen en 1969 [9]. Tel qu'illustre la figure 2.1, les auteurs ont représenté un stratifié constitué de plis constitués de matériau orthotrope, séparés par des plis constitués de matériau isotrope ayant le rôle d'adhésif et subissant les contraintes en cisaillement. La simplicité de cette formulation exclut la représentation de la contrainte normale hors plan. Les équations pour le calcul

de la contrainte interlaminaire ont été développées et résolues pour deux types de stratifiés, l'un de largeur infinie et l'autre de largeur finie, soumis à une charge longitudinale uni axiale en tension. Dans le premier cas, ils ont démontré que la contrainte interlaminaire était inexistante, par contre dans le second cas ils ont obtenu une valeur de la contrainte interlaminaire en cisaillement maximum aux rebords. Les auteurs ont conclu que la contrainte interlaminaire pour le deuxième cas peut causer la délamination et la rupture du stratifié.

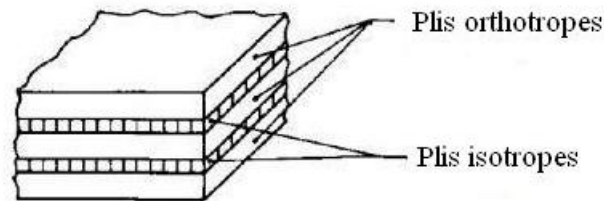


FIGURE 2.1: Représentation simplifiée d'un stratifié utilisée dans le modèle Puppo et Evensen [9]

2.2.1 Approche numérique du calcul de la contrainte interlaminaire

L'approche numérique du calcul de la contrainte interlaminaire et de l'effet aux rebords peut être définie selon deux méthodes : la méthode par éléments finis (MEF) ou la méthode par différences finies (MDF). Une étude antérieure faite par Nelson en 1983 [14] comparant les deux méthodes a démontré que les deux méthodes fournissaient des valeurs précises et équivalentes de la contrainte interlaminaire près des rebords.

En utilisant la méthode de différences finies, Pipes et Pagano [8] ont été les premiers à définir le phénomène aux rebords pour l'ensemble des contraintes interlaminaires. Tel qu'illustre la figure 2.2, les auteurs ont évalué les contraintes interlaminaires pour un stratifié composé de plis à 0° et 90° ainsi que pour un stratifié composé de plis à $\pm 45^\circ$ soumis à une charge longitudinale en tension. Afin de résoudre les équations de la contrainte interlaminaire, les auteurs ont défini les conditions aux frontières, tel qu'illustre la figure 2.3, où la valeur des contraintes, σ_y , τ_{xy} , τ_{yz} aux rebords et des contraintes σ_z , τ_{xz} et τ_{yz} aux surfaces supérieure et inférieure du stratifié était nulle.

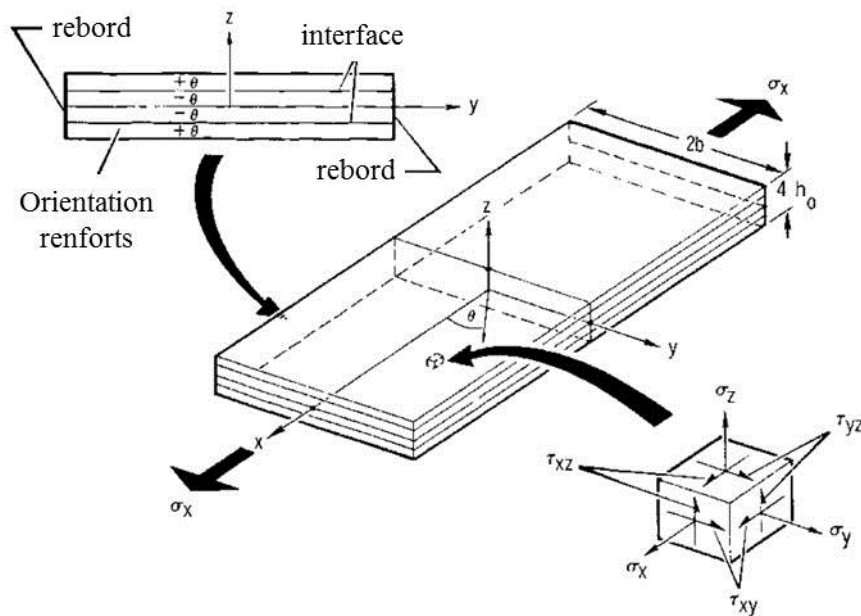


FIGURE 2.2: Modèle d'un stratifié soumis à une charge longitudinale utilisé par Pipes et Pagano pour l'étude de la contrainte interlaminaire aux rebords [8]

La présence de la contrainte interlaminaire de cisaillement τ_{xz} a été observée près des rebords pour les deux types de stratifié. Les auteurs ont observé que la contrainte interlaminaire apparaît à l'interface de plis adjacents près des rebords à une distance correspondant approximativement à l'épaisseur du stratifié, tel qu'illustre la figure 2.4 (a). Cependant, ils ont observé l'évidence d'une singularité de la contrainte interlaminaire à l'intersection de l'interface et des rebords, tel qu'illustre la figure 2.4 (b) où les valeurs de la contrainte interlaminaire de cisaillement tendent vers l'infini à l'interface pour les valeurs prises directement aux rebords à $y = 1.00 b$. Les résultats obtenus par Pipes et Pagano ont été comparés avec les résultats obtenus par Puppo et Evensen en 1969 [9]. Tel qu'illustre la figure 2.5, les modèles ont des résultats comparables bien que la formulation de Puppo-Evensen comprenait plusieurs simplifications.

La première analyse par éléments finis de l'état de contrainte interlaminaire d'un stratifié a été effectuée en 1971 par Isakson et Levy [15]. Les auteurs ont modélisé un stratifié soumis à une charge longitudinale en tension. Le modèle utilisé a été simplifié et le stratifié était représenté par une alternance de couches de matériau anisotrope et de matériau isotrope, tel qu'utilisé par Puppo et Evensen [9] en 1969

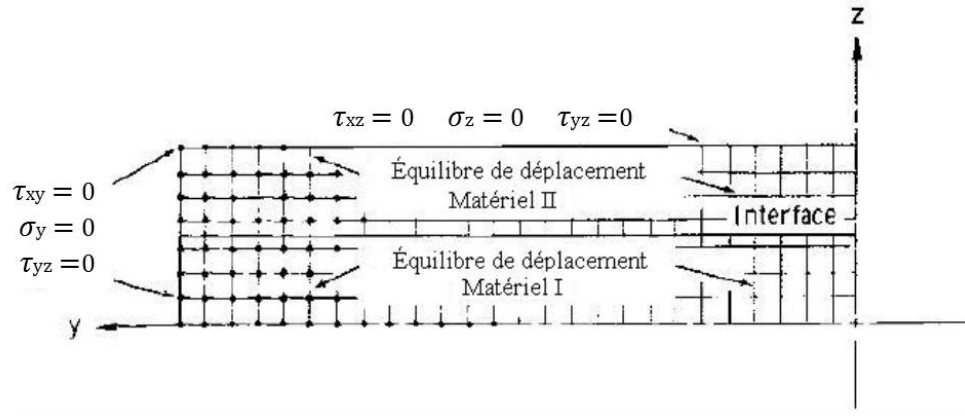


FIGURE 2.3: Conditions frontière - méthode de différence finie [8]

et représenté à la figure 2.1. Les valeurs obtenues par l'analyse numérique ont été comparées aux résultats obtenus par Pipes et Pagano [8] en 1970, et tel qu'illustre la figure 2.6, les deux méthodes montrent des résultats équivalents pour l'état de contrainte du stratifié $[\pm 45^\circ]_s$. Par contre, la simplicité du modèle ne permet pas d'évaluer la contrainte normale interlaminaire σ_z .

En 1976 Wang [11] produisit une modélisation par éléments finis de stratifiés $[90^\circ/0^\circ]_s$, $[0^\circ/90^\circ]_s$, $[\pm 45^\circ]_s$, $[\pm 45^\circ/0^\circ/90^\circ]_s$ et $[90^\circ/0^\circ \pm 45^\circ]_s$ soumis à une force longitudinale en tension dont les couches étaient représentées uniquement par des matériaux anisotropes. Les résultats obtenus étaient du même ordre que ceux obtenus par Pipes et Pagano [8]. Les auteurs ont observé la présence d'une singularité à l'interface des couches aux rebords pour l'ensemble des stratifiés. Un exemple est illustré à la figure 2.7 où la valeur de la contrainte interlaminaire σ_z du stratifié $[\pm 45^\circ/0^\circ/90^\circ]_s$ est extraite à travers l'épaisseur du stratifié à différents emplacements près des rebords, et les valeurs tendent vers l'infini à $y = 0.999 b$. Par contre, leur étude a montré que les valeurs des contraintes interlaminaires tendent à converger en se distançant des rebords, soit à $y = 0.990 b$.

La singularité de la valeur de la contrainte interlaminaire obtenue par analyse fut l'objet de plusieurs études. Raju et al. [13] ainsi que Whitcomb et al. [10] ont validé la présence de la singularité près des rebords par des analyses de convergence à partir de modèles d'éléments finis représentant un stratifié soumis à une charge uniaxiale en

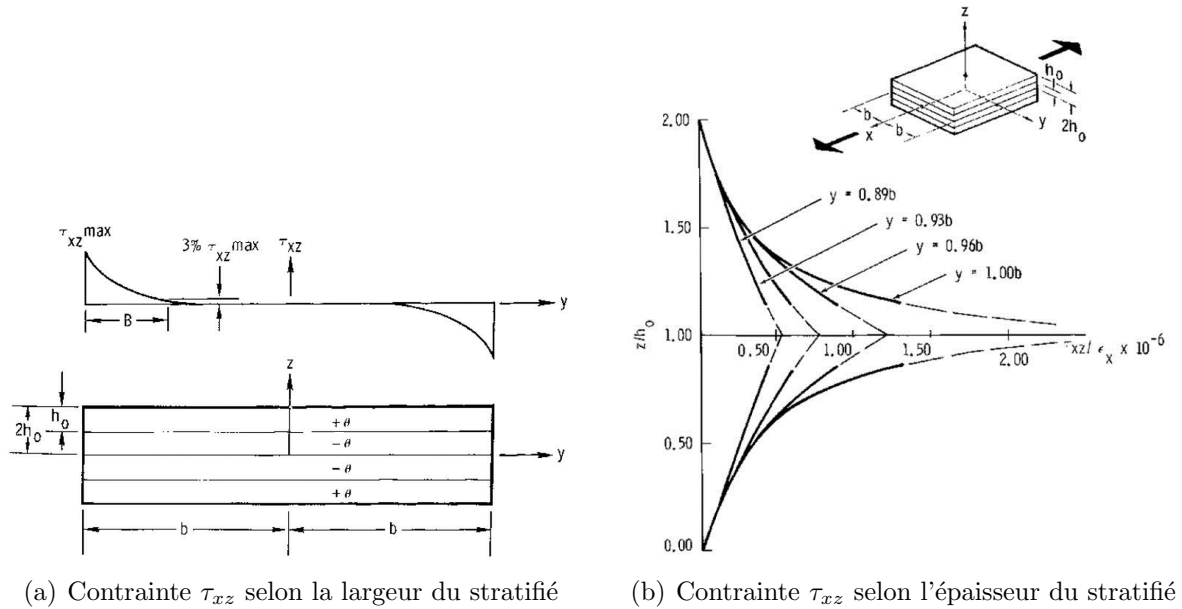


FIGURE 2.4: État de contrainte du stratifié $[\pm 45^\circ]_s$ [8]

tension. Leurs études ont démontré que plus le maillage était raffiné, plus la valeur de la contrainte interlaminaire aux rebords augmentait. Les deux études ont montré l'importance du raffinement du maillage près des rebords afin d'obtenir une valeur fiable de la contrainte interlaminaire.

De plus, Whitcomb a validé la fiabilité de la méthode des éléments finis pour l'évaluation de la singularité en modélisant deux cas où la présence de la singularité était analytiquement connue. L'auteur a montré que les valeurs des contraintes interlaminaires d'un stratifié tendent à converger à une distance des rebords correspondant à $(b-y)/h \geq 0.08$ où b correspond à la moitié de la largeur du stratifié et h correspond à l'épaisseur d'un pli. Cependant, cette zone de convergence semble avoir été définie arbitrairement et obtenue sans qu'aucun facteur de convergence ne soit défini.

Plus récemment, Esquej et al. [16] ont, en 2013, évalué différents modèles numériques de stratifiés soumis à une charge en tension afin de déterminer l'état plan de contrainte interlaminaire. Quatre modèles avec différents types d'éléments et de densité de maillage ont été évalués. Les résultats obtenus montrent que l'utilisation d'éléments d'ordres supérieurs ainsi qu'un plus grand nombre d'éléments dans l'épaisseur des plis réduisaient l'erreur globale des résultats.

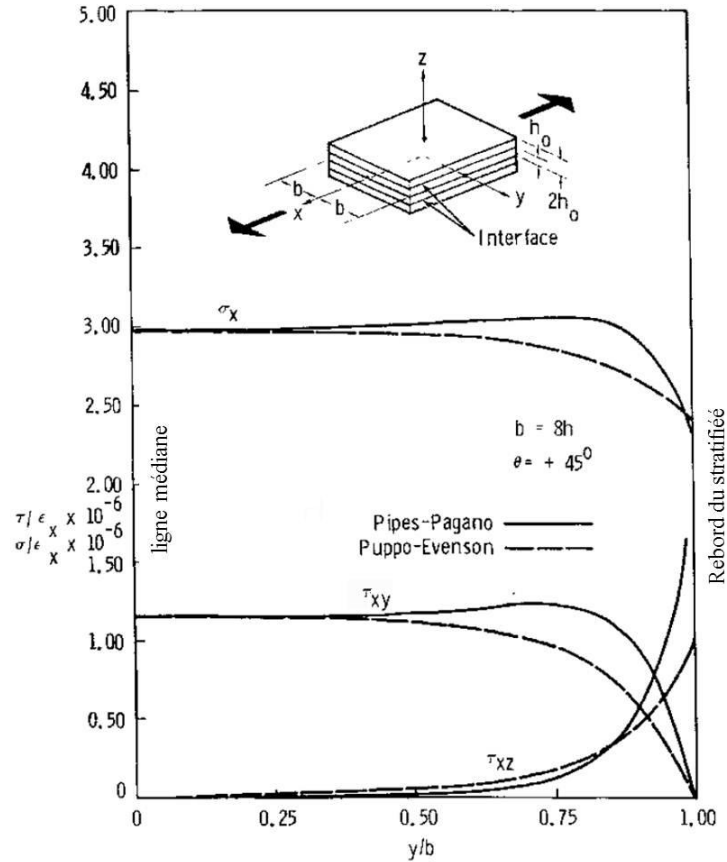


FIGURE 2.5: Comparaison des résultats de la contrainte d'un stratifié en tension obtenus par Pipes et Pagano [8] et Puppo et Evensen [9]

Afin d'évaluer la contrainte interlaminaire, les exemples précédents de modèles d'éléments finis [10, 13, 15] ont été effectués essentiellement à partir d'éléments en 3D. Toutefois, des études antérieures [17, 18] ont montré que d'autres types d'éléments peuvent être utilisés pour déterminer ce type de contrainte. Robert Spilker [17] a utilisé un élément multi-couche en 2D pour la modélisation d'un stratifié $(0^\circ/90^\circ)_s$ soumis à une charge longitudinale en tension. À partir de ces éléments, l'auteur a obtenu des résultats de contrainte interlaminaire aux rebords significatifs, mais finis, c.-à-d. sans singularité. En 2009, Ngguye et Caron [18] ont aussi effectué des analyses numériques d'un stratifié $(0^\circ/90^\circ)_s$ soumis à une tension longitudinale modélisé à partir d'éléments 2D de type multi-couches. Les résultats obtenus montrent la présence d'une contrainte interlaminaire aux rebords équivalente aux valeurs obtenues d'études précédentes [8, 10, 13, 15]. Toutefois, ces résultats ne comportaient pas de singularité à

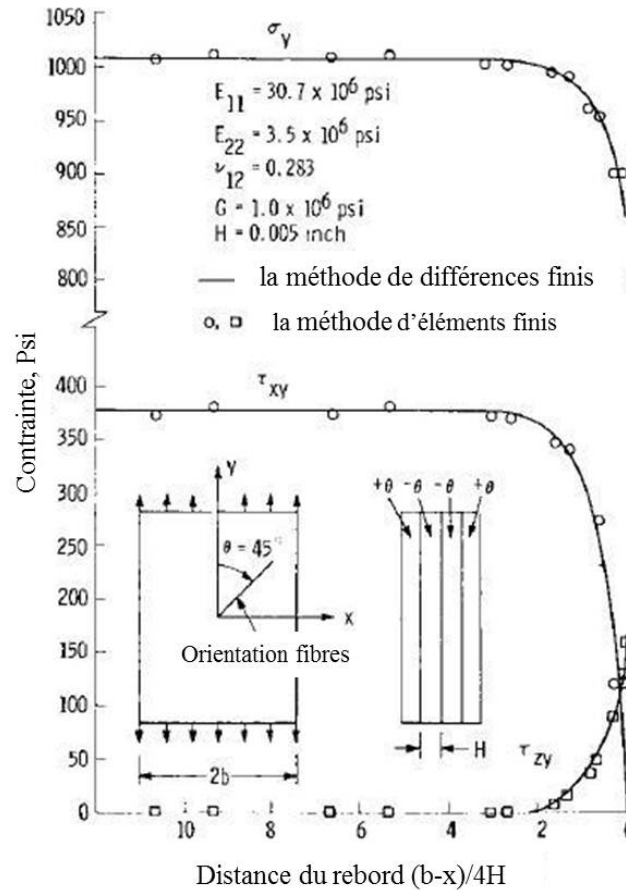


FIGURE 2.6: État de contrainte d'un stratifié $[\pm 45^\circ]_s$ évalué à l'interface des plis $\pm 45^\circ$ selon la largeur du stratifié [15]

l'interface et aux rebords du stratifié. De plus, le raffinement du maillage n'avait pas de conséquence sur la précision des résultats et même un maillage grossier permettait d'obtenir des résultats précis. Bien que ces études montrent d'excellents résultats, ces éléments ne se retrouvent pas dans les logiciels d'analyse d'éléments finis commerciaux. En plus de nécessiter un programme de compilation spécifique, ces éléments requièrent de la programmation, ce qui rend leur utilisation difficile pour un usage général d'analyse d'un stratifié en matériaux composites.

2.2.2 Déformation interlaminaire

La technique de Moiré, utilisée pour mesurer le déplacement dans le plan, peut être utilisée pour évaluer la déformation interlaminaire d'un stratifié. Tel qu'illustre

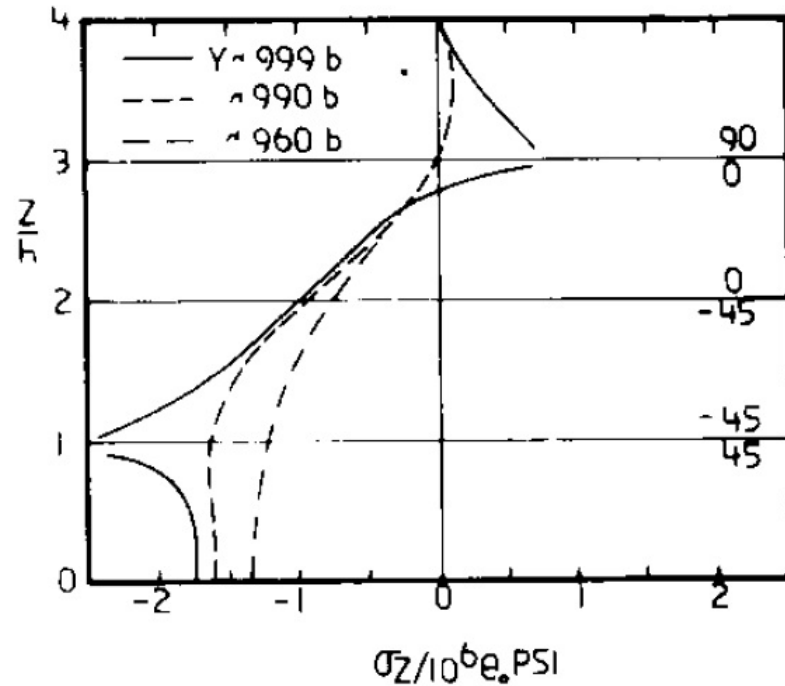


FIGURE 2.7: Contrainte interlaminaire selon l'épaisseur du stratifié $[\pm 45^\circ/0^\circ/90^\circ]_s$ - analyse par éléments finis [11]

la figure 2.8, la technique permet d'observer le déplacement des plis aux rebords et ainsi définir la déformation [19]. En 1971, Pipes [20] utilisa la technique de Moiré afin d'observer la distribution du déplacement axial à travers la largeur d'un stratifié soumis à une charge uniaxiale. Tel qu'illustre la figure 2.9, les valeurs observées augmentent à l'approche des rebords à une distance correspondant à l'épaisseur du stratifié. D'autres études ont été faites afin d'évaluer la déformation interlaminaire [5,6] pour différents stratifiés soumis à une charge longitudinale. Dans les deux cas, les études ont montré une valeur finie de la déformation interlaminaire aux rebords et ont observé une relation entre l'orientation des plis et la valeur de la déformation interlaminaire.

En 2009, Lecomte-Grosbras et al. ont utilisé la corrélation d'images numériques pour observer la déformation interlaminaire [7]. L'étude consistait en une évaluation de la déformation interlaminaire effectuée pour une série de stratifiés avec des plis de différentes orientations sous une charge longitudinale en tension. Les résultats obtenus ont montré une variation de la déformation interlaminaire en fonction de

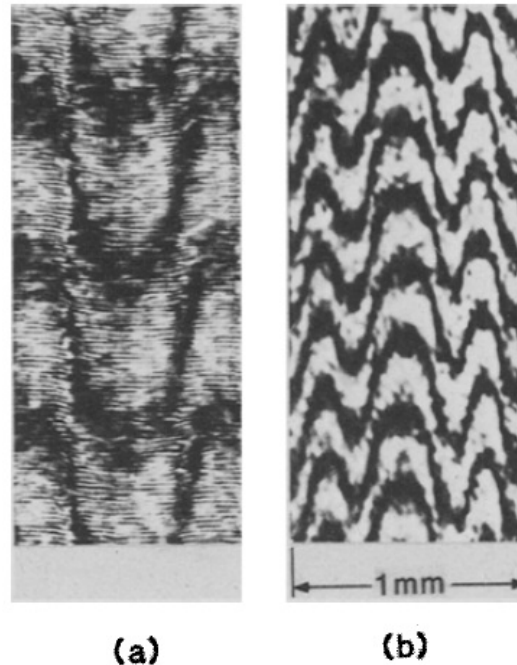


FIGURE 2.8: Technique de Moiré - déplacement longitudinal d'un stratifié soumis à une charge axiale. (a) $(30_2 / -30_2)$ (b) $(\pm 30)_s$ [19]

l'orientation des plis. Cette technique, bien que moins précise que la technique de Moiré, a l'avantage d'être simple à utiliser et l'échantillon testé ne requière qu'un polissage grossier des rebords.

2.2.3 Les facteurs d'influences sur la contrainte interlaminaire

Plusieurs études ont été effectuées pour déterminer les facteurs influençant la contrainte interlaminaire dans un matériau composite [6,21,22]. Les études ont démontré que l'orientation des fibres, la séquence de drapage, l'épaisseur du matériau et le type de matériau ont tous une influence importante sur la contrainte interlaminaire.

Pipes a démontré [20] que la séquence de drapage avait un effet sur la contrainte interlaminaire. La figure 2.10 illustre la contrainte hors plan σ_z selon la largeur d'un stratifié en tension. Le stratifié dont les plis à 0° étaient disposés à l'extérieur du stratifié avait une contrainte hors plan σ_z en tension. Le stratifié dont les plis à 90° étaient disposés à l'extérieur du stratifié avait une contrainte normale hors plan σ_z en compression. La contrainte interlaminaire en compression prévient la délamination

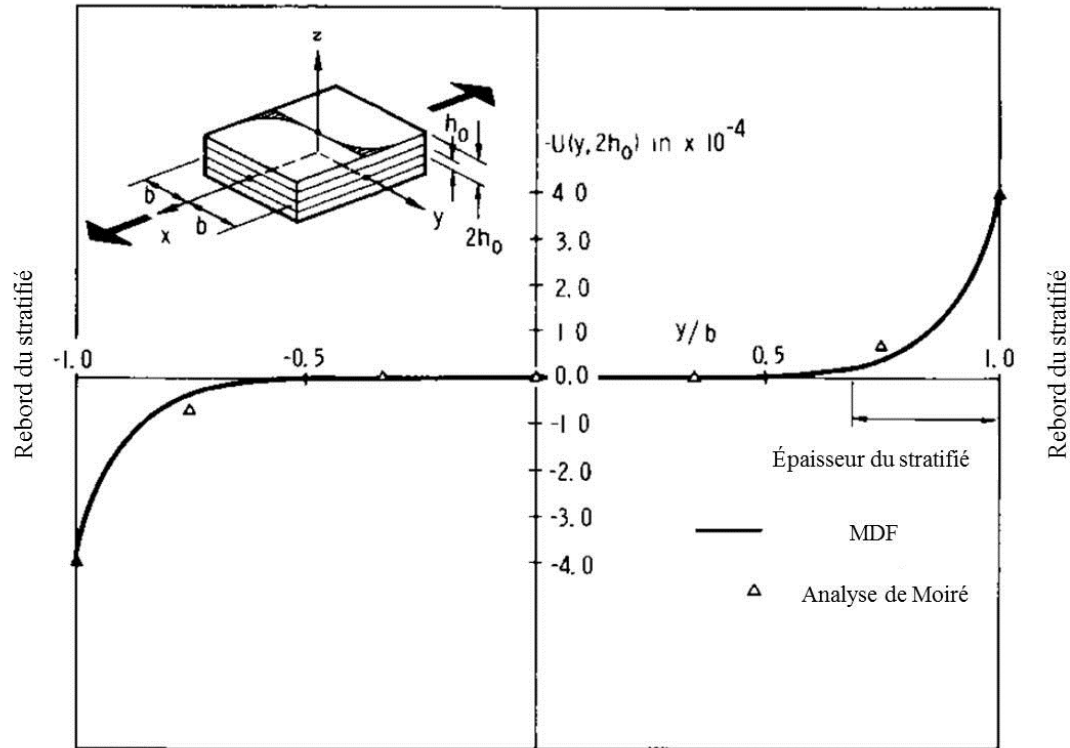


FIGURE 2.9: Distribution du déplacement axial d'un stratifié $[\pm 25]_s$ observée à l'interface des plis à $2h_0$ par la technique de Moiré [20]

du stratifié tandis que la contrainte interlaminaire en tension accroît les risques de délamination, ce qui aura un impact direct sur la durabilité du stratifié.

Pipes et Pagano ont démontré [8] la relation entre la contrainte interlaminaire et l'orientation des plis du stratifié. Pour ce faire, ils ont calculé la contrainte de cisaillement τ_{xz} pour différents stratifiés dont l'orientation des renforts variaient de 0° à 90° . La figure 2.11 illustre la valeur de la contrainte de cisaillement τ_{xz} pour l'ensemble des stratifiés. On peut observer que les valeurs sont nulles pour les stratifiés de 0° et 90° et que la valeur maximale est obtenue pour le stratifié à $\pm 35^\circ$.

Pipes [20] a aussi démontré que le type de matériau utilisé pouvait avoir une influence sur la contrainte interlaminaire. L'étude a été effectuée à partir de deux stratifiés avec la même séquence de laminage $[\pm 45^\circ/0^\circ]_s$ soumis à une charge longitudinale. Un des stratifiés était fait de carbone-époxy et l'autre de verre-époxy. Les propriétés des deux matériaux sont présentées au tableau 2.1. La figure 2.12 illustre

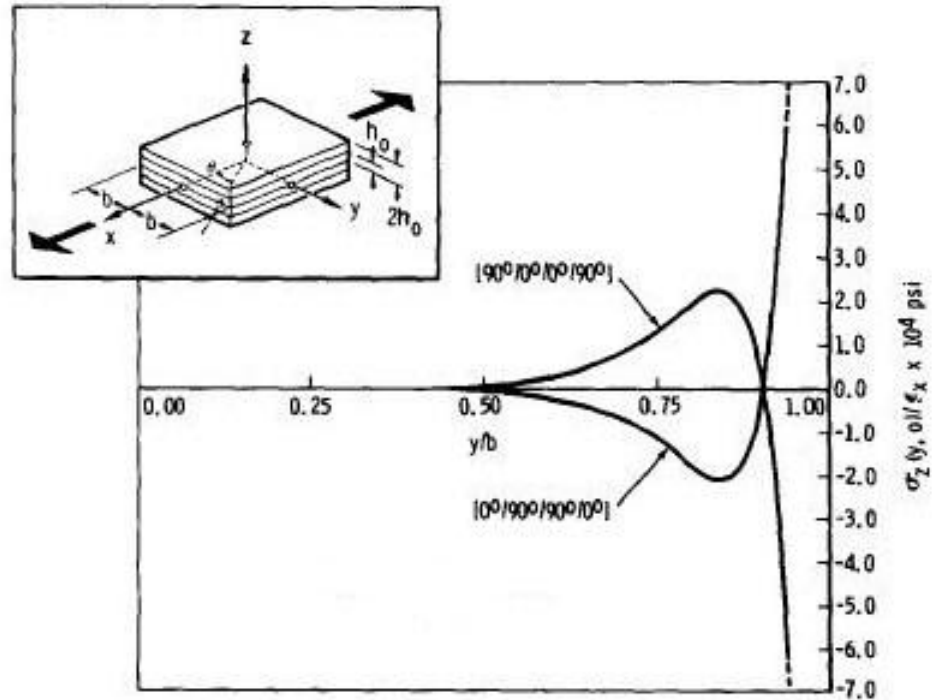


FIGURE 2.10: Influence de la séquence de laminage sur l'effet de rebord et de la contrainte hors plan σ_z [22]

les valeurs de la contrainte interlaminaire de cisaillement à l'interface des plis à $\pm 45^\circ$. On observe que la contrainte de cisaillement τ_{xz} des stratifiés est équivalente pour les deux matériaux, cependant les valeurs de la contrainte interlaminaire de cisaillement τ_{yz} sont plus significatives pour le stratifié carbone-époxy. En comparant les propriétés des deux matériaux, on observe que, outre le module d'élasticité longitudinal E_{11} , les valeurs des propriétés des deux matériaux sont du même ordre. Ce qui suppose que la différence entre la valeur du module d'élasticité longitudinal E_{11} et le module d'élasticité transversal E_{22} sont des facteurs influençant l'amplitude de la contrainte interlaminaire.

Rotem et al. [24] ainsi que Herakovich et al. [25] ont montré que le mode de rupture est influencé par l'orientation des plis du stratifié. À partir d'essais statiques en tension sur des stratifiés aux renforts orientés à différents angles, Rotem et al. ont montré que le mode de rupture diffère pour les stratifiés dont les renforts sont orientés à $\pm 50^\circ$ à $\pm 60^\circ$ comparé aux stratifiés aux renforts orientés à $\pm 30^\circ$ à $\pm 45^\circ$. Le mode de rupture des stratifiés de $\pm 30^\circ$ à $\pm 45^\circ$ se produit par délaminatation causée par les contraintes

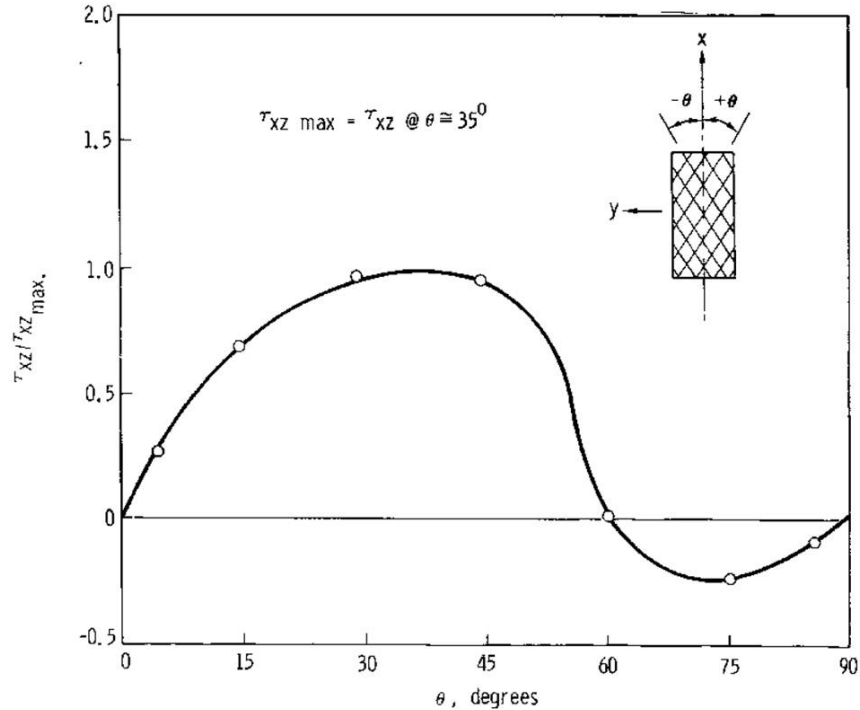


FIGURE 2.11: Variation de la contrainte de cisaillement interlaminaire (τ_{xz}) en fonction de l'orientation des renforts [8]

de cisaillements interlaminaires. Par contre, pour les stratifiés de $\pm 50^\circ$ à $\pm 60^\circ$ la rupture se produit par la présence de fissures dans la matrice suivie par la progression de fissures jusqu'à la rupture complète du stratifié. Dans une étude subséquente, Herakovich [25] a testé en tension, trois types de stratifiés de $[\pm 10^\circ]_s$, $[\pm 30^\circ]_s$ et $[\pm 45^\circ]_s$ dont les plis sont disposés de façon groupée et alternée. Dans le cas des plis groupés, les stratifiés ont entièrement délaminé avec une rupture de la matrice sans dommage de la fibre. Dans le cas des plis alternés, pour les stratifiés à $\pm 10^\circ$ et $\pm 30^\circ$ la rupture s'est produite par une combinaison de rupture de la fibre et la matrice avec une délamination près des rebords. Le mode de rupture du stratifié alterné à $\pm 45^\circ$ était similaire au mode de rupture du stratifié groupé à $\pm 45^\circ$. Les résultats montrent que les stratifiés aux plis regroupés ont une contrainte interlaminaire supérieure aux stratifiés aux plis alternés et que ces contraintes contribuaient à la rupture en délamination du stratifié.

Pagano et Lackman [26] ainsi que Sun et Chu [27] ont évalué des moyens pour éliminer les contraintes interlaminaires dans un stratifié. Dans une première étude,

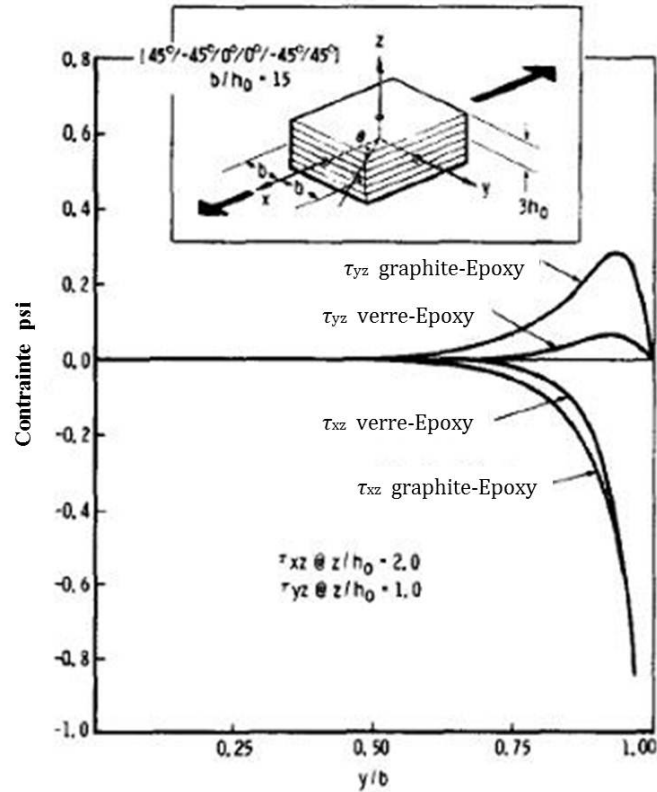


FIGURE 2.12: Influence du matériau sur la contrainte interlaminaire d'un stratifié $(\pm 45^\circ/0^\circ)_s$ soumis à une charge en tension [23]

Pagano et Lackman [26] ont comparé le comportement de deux types de stratifiés soumis à un essai statique en tension, un stratifié enduit de résine le long des rebords et un autre stratifié sans résine aux rebords. Les résultats ont démontré que sous une charge statique le stratifié avec la résine aux rebords avait une contrainte ultime 25% supérieure au stratifié sans résine aux rebords ce qui démontre que l'ajout de résine aux rebords réduit les contraintes interlaminaires et augmente la résistance en tension du stratifié. Dans la seconde étude [27], Sun et Chu ont entaillé les bordures des stratifiés et les ont testés en tension. Les résultats ont démontré que la présence d'entailles dans le stratifié réduit considérablement les contraintes interlaminaires et peut éliminer la délamination du stratifié. Malgré les résultats intéressants de cette étude, son utilisation est relativement limitée à des applications pratiques, car les entailles aux rebords produisent une concentration de contraintes pouvant produire la délamination du stratifié principalement en fatigue.

TABLE 2.1: Propriétés matériau graphite-époxy et verre-époxy [8]

graphite-époxy		verre-époxy	
E_{11}	20×10^6 psi	E_{11}	6×10^6 psi
$E_{22} = E_{33}$	2.1×10^6 psi	$E_{22} = E_{33}$	1.5×10^6 psi
$G_{12} = G_{13}$	0.85×10^6 psi	$G_{12} = G_{13}$	0.8×10^6 psi
G_{23}	0.85×10^6 psi	G_{23}	0.6×10^6 psi
$\nu_{12} = \nu_{13}$	0.21	$\nu_{12} = \nu_{13}$	0.25
ν_{23}	0.21	ν_{23}	0.30

2.2.4 Contrainte interlaminaire et comportement en fatigue d'un stratifié

Différentes études ont été effectuées afin d'évaluer le comportement en fatigue des stratifiés en fonction de la présence de la contrainte interlaminaire. Whitney et Browning [1] ont testé en tension, statique et fatigue, deux types de stratifiés composés de plis créant un premier stratifié $(\pm 45^\circ, 90^\circ)_s$ avec une contrainte interlaminaire en tension et un second stratifié $(90^\circ, \pm 45^\circ)_s$ avec une contrainte interlaminaire en compression. Les essais en fatigue ont montré la présence significative de délamination près des rebords pour les stratifiés $(\pm 45^\circ, 90^\circ)_s$ dont la contrainte interlaminaire était en tension. Toutefois, comme les essais en fatigue se limitent à seulement 1000 cycles la comparaison de vie utile des deux stratifiés ne peut être définie par cette étude.

Harrison et Bader [2] ont testé en tension un stratifié de $[0/90/0]$ afin de déterminer l'initiation et le développement des dommages. L'apparition de fissures a été observée dans les plis transversaux initiés près des rebords, dont les auteurs attribuent la raison à la contrainte interlaminaire. L'apparition de fissures tendait à diminuer plus l'essai progressait et seulement quelques fissures apparaissaient après 10^3 cycles. Par contre, les fissures déjà présentes se propageaient pour initier la délamination à l'interface des plis $0^\circ/90^\circ$.

Kujawski [3] a étudié l'effet de la contrainte interlaminaire en fonction de la largeur des stratifiés avec des plis à différents angles. Pour ce faire, l'auteur a effectué des essais de tension en fatigue (2 Hz et $\sigma_{max} = 0.5 \sigma_{ult}$) sur des stratifiés dont l'angle des

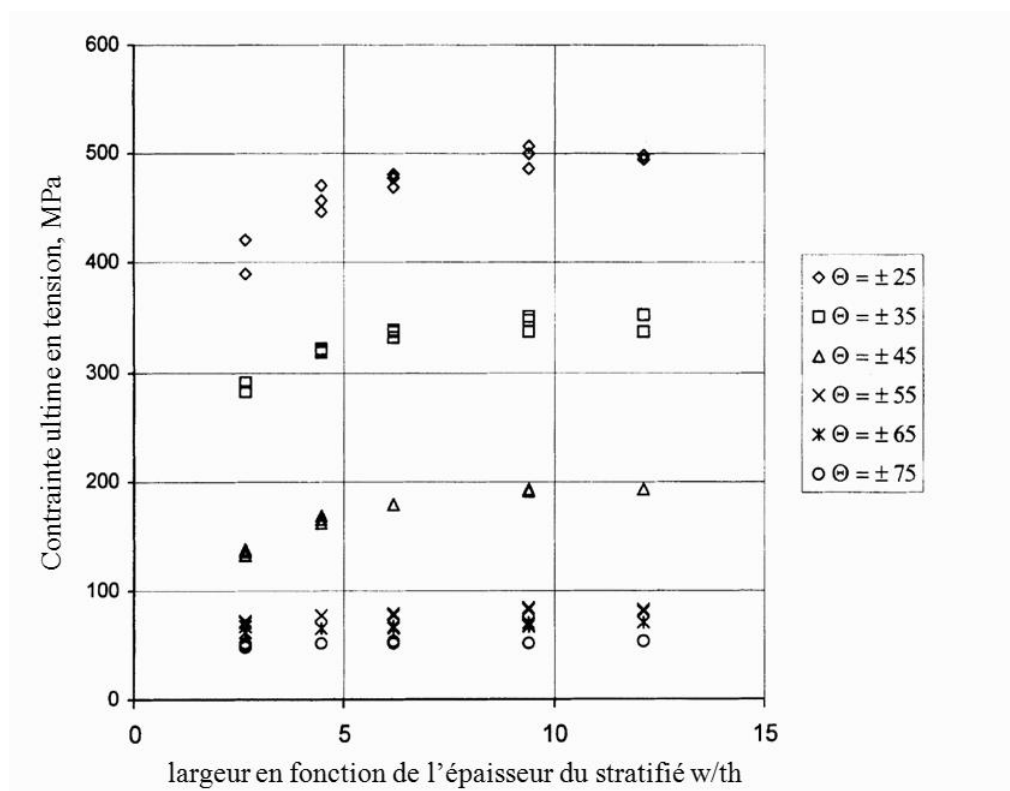


FIGURE 2.13: Contrainte ultime en tension en fonction de l'angle et de la largeur du stratifié [3]

renforts variait de $\pm 25^\circ$ à $\pm 75^\circ$ et la largeur variait de 4.5 à 20.5 mm. Les résultats obtenus par Kujawski ont montré que, comparativement aux laminés de 25° à 45° , tel qu'illustre figure 2.13, la contrainte ultime ne changeait pas en fonction de la largeur pour les laminés de 55° à 75° . Il a aussi observé que la durée de vie des laminés de 55° à 75° testés en fatigue avec $\sigma_{max} = 0.5 \sigma_{ult}$ ne variait pas en fonction de la largeur. Ce qui, selon l'auteur, s'expliquerait par la présence de contrainte interlaminaire dans les stratifiés de 25° à 45° qui contribuait à la délamination des stratifiés. Les résultats de l'étude comportent de bonnes pistes d'orientation pour l'analyse du comportement en fatigue en fonction des contraintes interlaminaires aux rebords. Par contre, la largeur des échantillons utilisés lors de l'étude était inférieure à la norme ASTM D3039, standard pour déterminer les propriétés d'un stratifié soumis un essai de tension en fatigue [28].

2.3 Analyse de la contrainte interlaminaire de stratifiés en flexion

Comme décrit dans la section précédente, la présence de contrainte interlaminaire aux rebords est bien documentée. Toutefois, la majorité de ces études a été effectuée pour un stratifié en tension et peu d'études ont été effectuées pour des stratifiés en flexion bien que la flexion constitue le principal mode de comportement pour l'ensemble des applications.

En 1976, Tang [29] obtient une solution analytique pour la contrainte interlaminaire d'une plaque en composite simplement supportée aux extrémités et assujettie à une pression uniforme. Les calculs ont été effectués pour des stratifiés avec des renforts orientés à différents angles. Les résultats obtenus montrent que la magnitude des contraintes interlaminaires hors plan normales et en cisaillement représentent jusqu'à 30% de la valeur de la contrainte maximale dans le plan du stratifié.

En 1978, Salamon [12] prédit les contraintes interlaminaires pour des stratifiés $(\pm 45^\circ)_s$ et $(\theta, 0)_s$ en flexion en utilisant la méthode de différences finies. Il trouva que les contraintes interlaminaires augmentent à l'approche des rebords et varient en fonction de l'angle des plis. Tout comme pour les études en tension, la présence d'une singularité de contrainte interlaminaire a été observée aux rebords.

Plus récemment, Pinhas et Daniel [30] ont évalué, en 1995, par la méthode des éléments finis, la contrainte interlaminaire hors plan de stratifiés symétriques et asymétriques en flexion et en tension. Les auteurs ont observé lors de l'étude que l'effet aux rebords est plus dominant pour un stratifié en tension qu'en flexion et que l'effet aux rebords est plus dominant pour les stratifiés symétriques qu'asymétriques.

2.3.1 Essai en flexion 4-point

La modélisation d'un essai en flexion 4-point d'un stratifié mince a été étudiée par DeBaere et al. en 2009 [31]. L'étude comportait sur la comparaison de différentes configurations de supports pour l'analyse en flexion des stratifiés. Le principal avantage de l'essai en flexion 4-point étant l'application d'un moment pure au centre du spécimen tel qu'illustre la figure 2.15. Cette caractéristique de l'essai en flexion

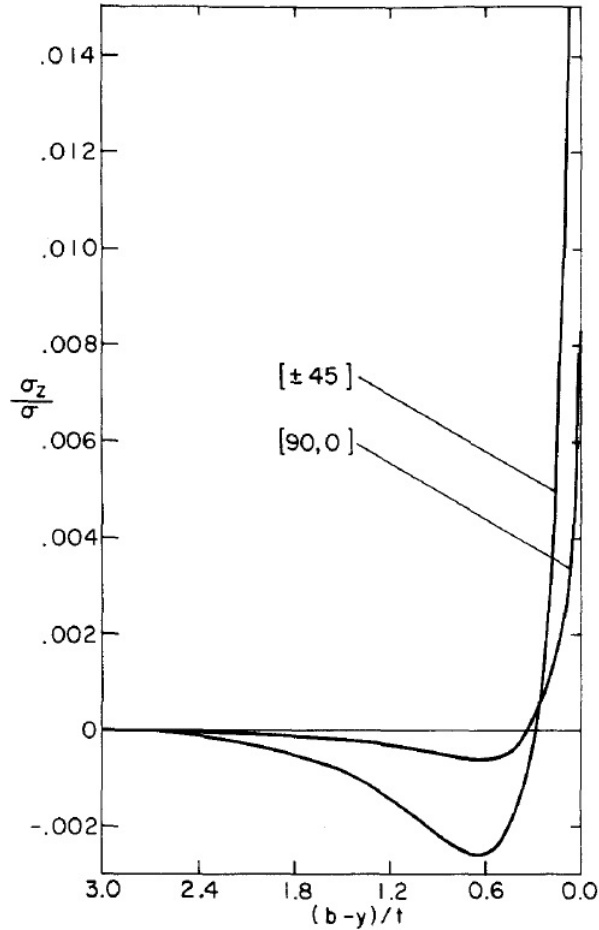


FIGURE 2.14: Contrainte interlaminaire à l'interface de stratifiés en flexion [12]

4-point est exacte pour les matériaux isotropes ainsi que pour les stratifiés bidirectionnels composés de plis à 0° et 90° . Par contre, tel que montré par Grediac [32], pour un laminé aux renforts orientés à angles, il se produit un effet de couple additionnel dans le stratifié causé par la combinaison de la torsion lors de la flexion du stratifié et des conditions de déplacement aux supports.

Le problème rencontré par DeBaere [31] lors de sa modélisation de l'essai en flexion 4-point d'un stratifié mince est la large déformation qui, comme l'illustre la figure 2.16, dévie la force appliquée de l'axe vertical. Pour contrer l'effet du large fléchissement du stratifié, DeBaere proposa un modèle encastrant les extrémités du spécimen [33]. Cependant, tel que démontré par Pagano et Halpin [34], le fait d'encastrer les extrémités d'un stratifié engendre une contrainte interne au stratifié et par conséquent le modèle

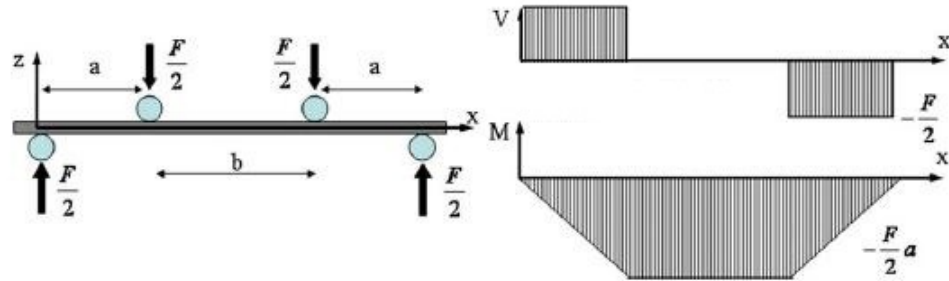


FIGURE 2.15: Forces équivalentes de l'essai de flexion 4-point - Efforts tranchants et moment fléchissant [31]

testé ne représentait plus un échantillon soumis à un moment pur, mais plutôt un essai en torsion et flexion. Enfin, Paepegem et al. [35] ont étudié le comportement d'un stratifié mince lors d'un essai de fatigue en flexion. Les auteurs ont observé la présence d'une boucle hystérésis lors des essais en fatigue qui n'est pas causée par la dégradation du stratifié, mais par la friction entre les supports et le stratifié.

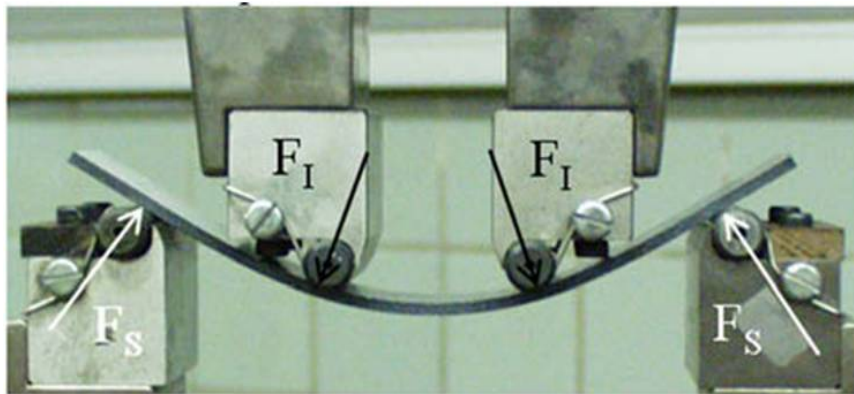


FIGURE 2.16: Déviation de la force produite par le large fléchissement d'un stratifié soumis à un essai en flexion 4-point [31]

2.4 Sommaire

Le phénomène de la contrainte interlaminaire aux rebords a fait l'objet de plusieurs études. Soit par la méthode d'éléments finis ou par la méthode de différences finies, la présence de la contrainte interlaminaire a été démontrée près des rebords. Les études nous ont montré que les valeurs évaluées aux rebords par l'analyse macroscopique,

c'est-à-dire où chacun des plis est représenté par un matériau orthotrope, démontrent une singularité et que pour obtenir une valeur fiable celle-ci doit être extraite en retrait des rebords. La plupart des études ont été effectuées sur des stratifiés en tension et peu d'études ont été effectuées sur des stratifiés en flexion. L'essai de flexion est plus complexe à effectuer que l'essai de tension, mais il est plus représentatif des forces exercées sur les pièces en service. La présente étude permettra de mieux comprendre le comportement d'un stratifié en flexion et d'évaluer les contraintes interlaminaires et leurs impacts sur le comportement en fatigue du stratifié.

Chapitre 3

Théorie

Le présent chapitre fait un survol des différents concepts vus dans cet ouvrage : soit la définition générale des matériaux composites, la théorie classique des stratifiés, la contrainte interlaminaire aux rebords, la méthode des différences finies et la méthode des éléments finis pour l'analyse des matériaux composites.

3.1 Définition des matériaux composites

Les composites sont des matériaux faits de deux ou plusieurs composantes ayant des propriétés différentes. Quand ces composantes sont combinées, une synergie se produit afin d'obtenir un matériau avec des propriétés différentes et souvent supérieures aux composantes individuelles. Quelques exemples de matériaux composites sont : le béton, les alliages de métaux, les céramiques et les plastiques renforcés de fibres. Cette dernière catégorie sera couverte dans la présente étude.

Les plastiques renforcés de fibres (PRF) sont constitués de deux principales composantes, la matrice et le renfort. Le rôle de la matrice est d'englober et de supporter le renfort ; elle transfère la charge au renfort et le protège de l'environnement. On retrouve principalement deux catégories de matrice, les thermoplastiques et les thermodurcissables. Les thermoplastiques sont des polymères qui deviennent malléables lorsque amenés à une température spécifique et redeviennent solide lorsque refroidis. Les thermodurcissables sont des polymères qui durcissent par polymérisation, réaction chimique irréversible qui se produit à température pièce ou sous l'effet de la chaleur. Le renfort produit la rigidité du matériau, il peut être divisé en deux grandes catégories, les fibres courtes et les fibres continues. Les fibres courtes viennent sous la forme de flocons, copeaux ou de mat dont les fibres sont disposées de façon aléatoire. Les fibres continues sont produites selon différents styles et différentes formes. Elles peuvent être tissées, tricotées ou simplement placées de façon unidirectionnelle. Les fibres

sont produites de différents matériaux dont les principaux sont le verre, le carbone et l'aramide. Le choix de la matrice et du renfort dépend des propriétés mécaniques requises et du type d'environnement d'utilisation (corrosive, haute température, etc.). La matrice peut être incorporée aux renforts (matériaux préimprégnés), permettant un meilleur contrôle du ratio matrice/renfort.

Les matériaux composites doivent être mis en forme pour être utilisés. Une variété de techniques de moulage existe. Les facteurs principaux pour définir le procédé sont : le type de matrice et de renfort utilisé, le volume de production et la complexité de la forme désirée. Des procédés à moule fermé demandent un haut capital d'investissement qui se justifiera par un grand volume de production. Par contre un petit volume de production s'accommodera d'un procédé à moule ouvert, moins coûteux pour la fabrication de l'outillage, mais demandant plus de main-d'œuvre. Traditionnellement, l'industrie aéronautique utilise les préimprégnés moulés sous-vide et cuits en autoclave. L'avantage de ce procédé est qu'il permet d'obtenir un stratifié avec un haut ratio fibre/volume constant d'une pièce à l'autre. La recherche auprès de procédés de fabrication amène d'autres techniques de mise en forme comme le placement automatique de renfort permettant d'obtenir des pièces avec des propriétés similaires au procédé de moulage sous-vide mais en réduisant la main-d'œuvre et en assurant une meilleure répétabilité des propriétés mécaniques.

Les PRF haute performance utilisant des fibres de carbone et résine époxy sont utilisés dans les secteurs requérant des matériaux légers, mais ayant une grande résistance et rigidité. Ces matériaux sont utilisés principalement en aéronautique où par exemple les composantes telles que les ailes et le fuselage du Boeing 787 sont principalement constitués de matériaux composites. Les matériaux composites sont aussi utilisés pour la fabrication de véhicules automobiles de course, de bateaux et des équipements hautes performances de sports comme les cadres de vélos, les cannes à pêche et les raquettes de sports. En plus de permettre la fabrication de formes complexes, les propriétés mécaniques peuvent être optimisées en fonction des charges appliquées. En spécifiant l'orientation des fibres de renforts en fonction des charges appliquées, la résistance du matériau augmente sans nécessairement augmenter son

poids.

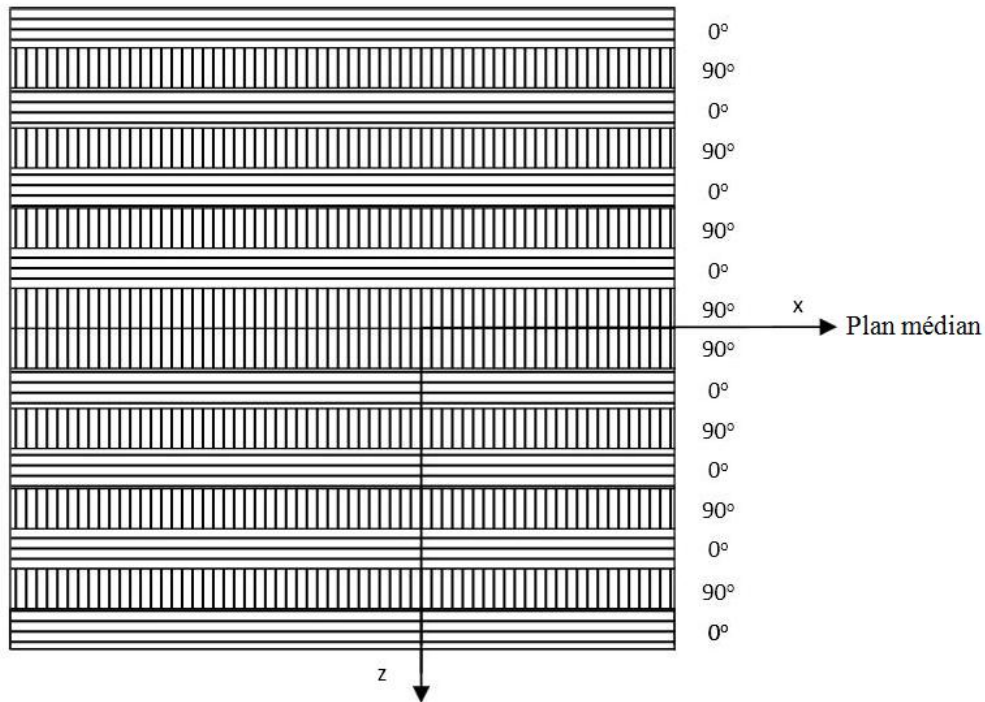


FIGURE 3.1: Représentation d'un stratifié symétrique et composé de 16 plis à 0° et 90° dont le code d'identification du stratifié est $[(0/90)_4]_s$

Les stratifiés faits de fibres continues sont composés de plusieurs plis dont les renforts peuvent être orientés à différents angles. Pour faciliter l'identification des stratifiés, un code d'identification basé sur l'orientation des plis et la séquence de drapage a été développé [36]. La base du code étant que l'orientation des plis est listée selon leurs ordres de placement à partir de la surface supérieure à la surface inférieure. Chaque pli est identifié par l'orientation du renfort et séparé par une barre oblique. Les stratifiés symétriques (c.-à-d. stratifié dont la séquence de drapage est une image miroir selon le plan médian) peuvent être définis en listant seulement les plis de la surface supérieure au plan médian et en indiquant un indice s après les crochets indiquant la symétrie du stratifié. Un indice numérique représentant la quantité de plis peut être utilisé pour un stratifié ayant des plis adjacents avec la même orientation. Les figures 3.1 et 3.2 illustrent deux exemples d'identification de stratifiés symétriques soit : un stratifié de 16 plis orienté à 0° et 90° et un stratifié de

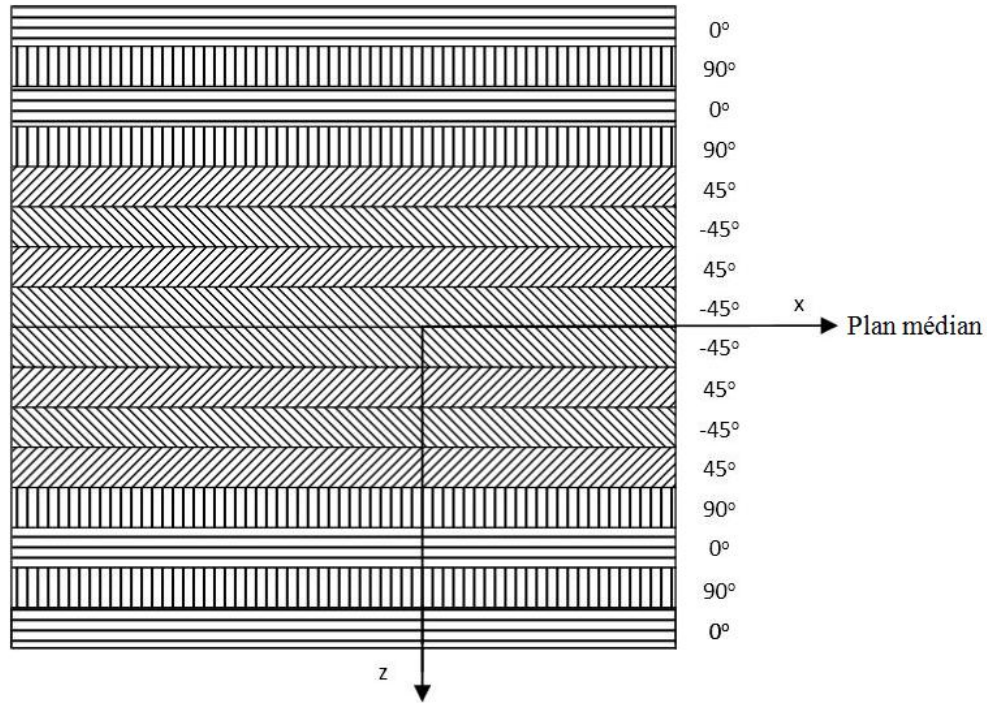


FIGURE 3.2: Représentation d'un stratifié symétrique et composé de 16 plis à 0° , $\pm 45^\circ$ et 90° dont le code d'identification du stratifié est $[(0/90)_2/(\pm 45)_2]_s$

16 plis dont l'orientation des plis est de 0° , 90° et $\pm 45^\circ$.

3.2 Méthode d'analyse : Théorie classique des stratifiés

La théorie classique des stratifiés est utilisée pour déterminer les contraintes et les déformations dans un stratifié. Elle considère un assemblage de plusieurs plis liés ensemble pour former un stratifié où les propriétés de chaque pli sont définies en fonction du type de matériau et de l'orientation des renforts. La théorie fait les hypothèses suivantes :

1. Les couches du stratifié sont parfaitement liées ensemble sans aucun déplacement entre les plis.
2. L'état de contrainte est plan, c.-à-d. la contrainte normale hors plan σ_z est nulle pour l'ensemble du stratifié.
3. Les déformations hors plan sont considérées comme négligeables.

4. La distribution de la déformation dans le plan ϵ_x , ϵ_y et γ_{xy} à travers l'épaisseur du stratifié est linéaire.

Les propriétés du stratifié sont définies à partir des propriétés de chaque pli. Les plis sont composés de matériau dont la relation entre les contraintes et les déformations est définie, selon la loi de Hooke, par l'équation 3.1 où $[Q]$ représente la matrice de rigidité du matériau.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (3.1)$$

Les valeurs des termes de la matrice de rigidité $[Q]$ sont définies par les équations 3.2 et sont fonction de la valeur du module d'élasticité dans la direction longitudinale E_1 , du module d'élasticité dans la direction transversale E_2 , du module de cisaillement dans le plan G_{66} et des coefficients de Poisson ν_{12} et ν_{21} .

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \quad Q_{12} = \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \quad Q_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} \quad Q_{66} = G_{66} \quad (3.2)$$

Tel qu'illustre la figure 3.3, les propriétés de chaque pli peuvent être définies selon un système de coordonnées globales (x,y) ou un système de coordonnées du matériau $(1,2)$. La matrice de transformation $[T]$ (équation 3.3 où le terme θ représente l'angle du pli spécifique k) est utilisée pour transformer les valeurs des contraintes et des déformations du système de coordonnées du matériau au système de coordonnées global.

$$[T]_k = \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \sin^2\theta & 2\cos\theta\sin\theta \\ \sin^2\theta & \cos^2\theta & -2\cos\theta\sin\theta \\ -\cos\theta\sin\theta & \cos\theta\sin\theta & \cos^2\theta - \sin^2\theta \end{bmatrix}_k \quad (3.3)$$

Afin d'évaluer les propriétés mécaniques de l'ensemble du stratifié, les propriétés de chaque pli doivent être exprimées selon un système de coordonnées commun, soit

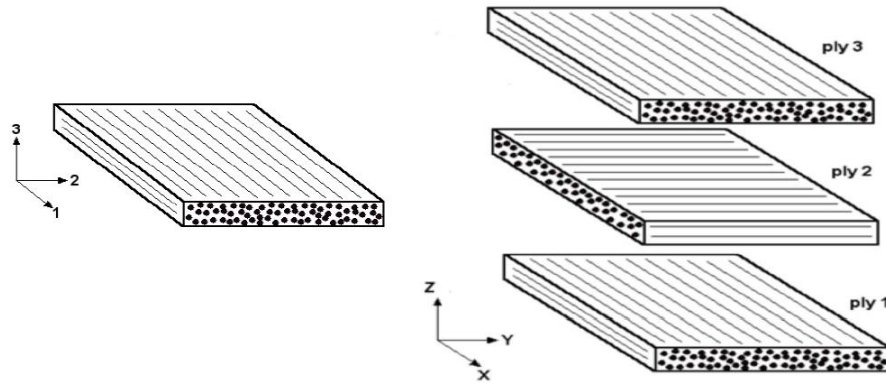


FIGURE 3.3: Système de coordonnées selon l'orientation du matériau (1, 2, et 3) et système de coordonnées global (x , y et z) [37]

le système global. La matrice de rigidité $[Q]_k$ du pli k , transformée dans le système global à partir de l'équation 3.4 devient la matrice de rigidité globale $[\bar{Q}]_k$.

$$[\bar{Q}]_k = [T]_k^{-1}[Q]_k[T]_k \quad (3.4)$$

Le rapport entre la déformation et la contrainte dans le pli k se définit selon le système de coordonnées global du stratifié à partir de la matrice de rigidité globale $[\bar{Q}]_k$ du pli selon l'équation 3.5 :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{21} & 0 \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{12} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}_k \quad (3.5)$$

Les propriétés du stratifié sont fonction des propriétés de ses plis, soit la matrice de rigidité globale $[\bar{Q}]_k$ de l'ensemble des plis, de l'épaisseur des plis et de leurs positions dans le stratifié. Les propriétés du stratifié sont définies selon 3 matrices, soit la matrice de rigidité en extension $[A]$ définie par l'équation 3.6, la matrice de couplage $[B]$ définie par l'équation 3.7 et la matrice de rigidité en flexion $[D]$ définie par l'équation 3.8. Le système de numérotation et de localisation des plis est défini selon la figure 3.4 où k est le numéro du pli, z_k est la localisation du pli par rapport

au plan médian et N le nombre total de plis dans le stratifié.

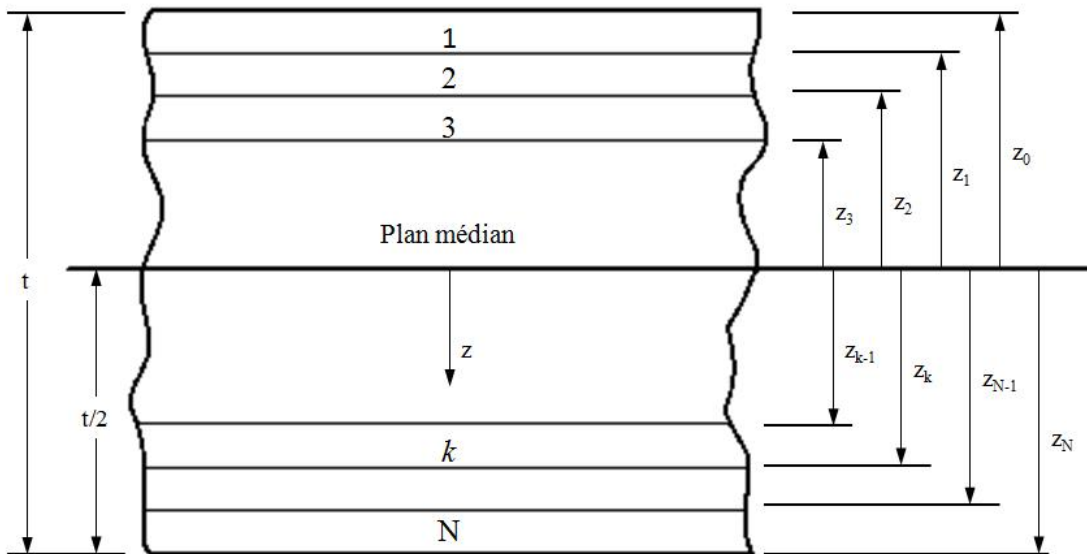


FIGURE 3.4: Système de numérotation des plis dans le stratifié [38]

$$A_{ij} = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} (\bar{Q}_{ij})_k dz = \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (z_k - z_{k-1}) \quad (3.6)$$

$$B_{ij} = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} (\bar{Q}_{ij})_k z dz = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (z_k^2 - z_{k-1}^2) \quad (3.7)$$

$$D_{ij} = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} (\bar{Q}_{ij})_k z^2 dz = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (z_k^3 - z_{k-1}^3) \quad (3.8)$$

Les déformations et les courbures du plan médian du stratifié peuvent être définies par des forces et/ou des moments appliqués au stratifié à partir de la matrice de rigidité composée des éléments [A], [B] et [D] et l'équation 3.9.

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.9)$$

Les déformations du plan médian du stratifié sont ϵ_x^0 , ϵ_y^0 et γ_{xy}^0 , les courbures du plan médian sont κ_x et κ_y et la torsion du plan médian est κ_{xy} . Les forces appliquées normales et en cisaillement par unité de longueur sont N_x , N_y et N_{xy} et les moments appliqués par unité de longueur sont M_x , M_y et M_{xy} , définis selon les équations 3.10 et 3.11, et illustrés à la figure 3.5.

$$N_x = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \sigma_x dz \quad N_y = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \sigma_y dz \quad N_{xy} = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \tau_{xy} dz \quad (3.10)$$

$$M_x = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \sigma_x z dz \quad M_y = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \sigma_y z dz \quad M_{xy} = \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} \tau_{xy} z dz \quad (3.11)$$

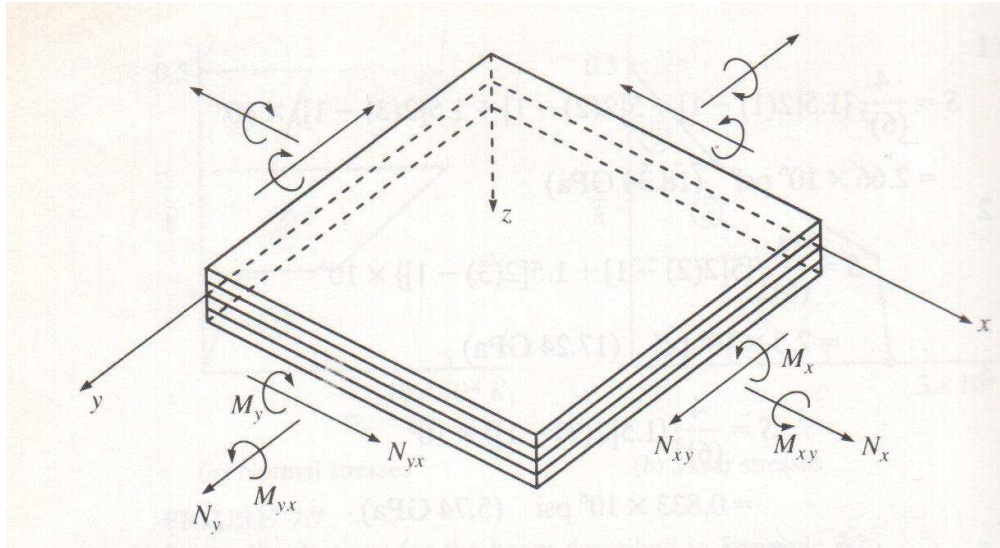


FIGURE 3.5: Système de coordonnées et forces et moments équivalents par unité de longueur [38]

À partir des déformations et des courbures du plan médian du stratifié, les déformations globales du stratifié peut être définie à différentes locations à travers l'épaisseur en utilisant l'équation 3.12.

$$\epsilon_x = \epsilon_x^0 + z\kappa_x \quad \epsilon_y = \epsilon_y^0 + z\kappa_y \quad \gamma_{xy} = \gamma_{xy}^0 + z\kappa_{xy} \quad (3.12)$$

Selon la théorie classique des stratifiés, le champ de déformation du stratifié (ϵ_x , ϵ_y et γ_{xy}) est linéaire. Toutefois, tel qu'illustre la figure 3.6, la différence des propriétés mécaniques entre les plis résulte en une variation discontinue de la contrainte (σ_x , σ_y et τ_{xy}) du stratifié selon l'orientation des plis. Le champ de contrainte du stratifié peut être calculé en fonction de la déformation du plan médian et des propriétés mécaniques de chaque pli, définie par sa matrice de rigidité \bar{Q}_k , selon les équations 3.5 et 3.12.

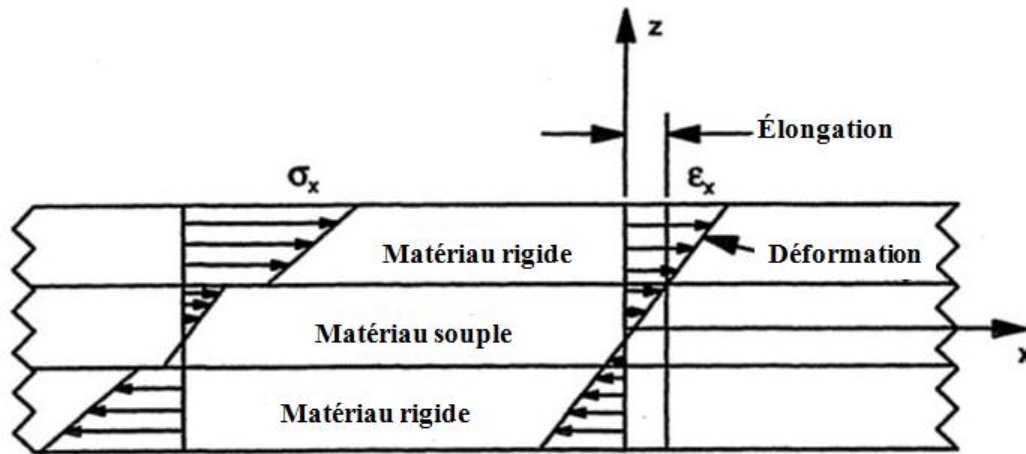


FIGURE 3.6: État de contrainte et déformation d'un stratifié [37]

En plus de la théorie classique des stratifiés qui permet de calculer la déformation du plan médian et la contrainte dans le plan, la théorie de premier ordre de déformation (TPOD), définie selon l'équation 3.13, permet de calculer les déformations en cisaillement interlaminaire γ_{xz} et γ_{yz} d'un stratifié soumis à des efforts tranchants V_x et V_y selon les propriétés du stratifié (H_{ij}).

$$\begin{bmatrix} V_x \\ V_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{44} & H_{45} \\ H_{45} & H_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Les propriétés du stratifié H_{ij} sont définis par l'équation 3.14 et sont fonction de la rigidité globale $[\bar{Q}]_k$ de chaque pli du stratifié, de l'épaisseur de chaque pli t_k et de leurs positions dans le stratifié z_k .

$$H_{ij} = \frac{5}{4} \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k \left(t_k - \frac{4}{t^2} \left(t_k z_k^2 + \frac{t^3}{12} \right) \right) \quad (3.14)$$

Toutefois, la TPOD suppose que les charges appliquées au stratifié sont transversales (selon l'axe z) et sans torsion. Dans le cas où il y aurait de la torsion, les résultats obtenus seraient erronés.

3.3 Contrainte interlaminaire aux rebords

Bien que la théorie classique des stratifiés et la théorie de premier ordre de déformation permettent de déterminer les champs de déformations et contraintes dans le plan du stratifié, les hypothèses utilisées pour permettre la simplification des calculs ne permettent pas de déterminer la contrainte hors plan σ_z ou les contraintes interlaminaires τ_{xz}, τ_{yz} aux rebords du stratifié.

Les contraintes interlaminaires aux rebords ont leurs origines dans la discontinuité des propriétés du matériau entre les plis du stratifié. Ces contraintes ne peuvent être déterminées par la théorie classique des stratifiés due à l'hypothèse de contrainte dans le plan. La présence des contraintes interlaminaires aux rebords peut être démontrée en utilisant les équations d'équilibre de la théorie d'élasticité (équations 3.15, 3.16 et 3.17) [8].

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0 \quad (3.15)$$

$$\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} = 0 \quad (3.16)$$

$$\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0 \quad (3.17)$$

Ces équations peuvent être simplifiées par l'étude d'un stratifié soumis à une charge longitudinale constante où à partir d'une région éloignée de l'application de charge le champ de contrainte peut être considéré indépendant de l'axe x . Les équations d'équilibre peuvent donc prendre la forme réduite suivante (équations 3.18, 3.19 et 3.20) [8] :

$$-\tau_{xz}(z) = \int_{-h}^z \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} dz \quad (3.18)$$

$$-\tau_{yz}(z) = \int_{-h}^z \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} dz \quad (3.19)$$

$$-\sigma_z(z) = \int_{-h}^z \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} dz \quad (3.20)$$

À partir des équations simplifiées, l'existence des contraintes interlaminaires aux rebords peuvent être démontrées par deux cas simples : un stratifié $[0^\circ/90^\circ]_s$ et un stratifié $[\pm 45^\circ]_s$ soumis à une charge longitudinale [39]. Tel que l'illustre la partie supérieure de la figure 3.7, la différence des propriétés mécaniques entre un pli à 90° et un pli à 0° font que les plis à 0° ont une plus grande déformation dans le sens transversal ϵ_y que les plis à 90° . Dans un stratifié, les plis sont parfaitement liés ensemble, ce qui empêche la déformation libre entre les plis. En conséquence, sous une charge longitudinale, une contrainte transversale σ_y est produite dans le stratifié. Comme aucune force transversale externe n'est appliquée au stratifié, la valeur de la contrainte transversale σ_y doit être zéro aux rebords du stratifié. Afin d'équilibrer les contraintes internes du stratifié, tel que l'illustre la figure 3.7, l'apparition de contraintes interlaminaires se produit aux rebords.

Le deuxième cas représente un stratifié symétrique de quatre plis orientés à $\pm 45^\circ$. La différence du comportement en cisaillement des plis produit une déformation en cisaillement dans le plan γ_{xy} différente pour les plis à $+45^\circ$ et -45° . Comme les

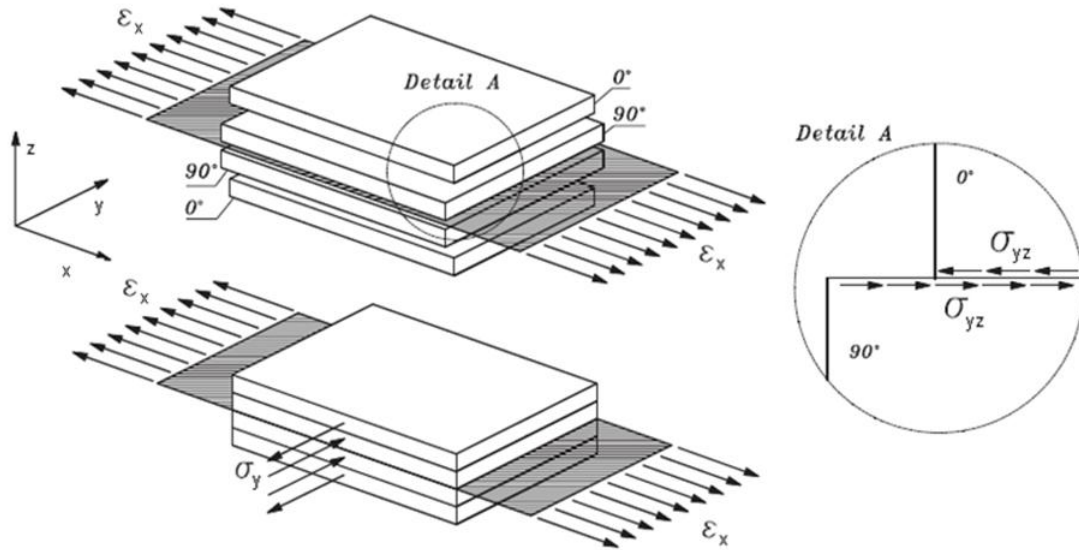


FIGURE 3.7: Contraintes interlaminaires dans un stratifié $(0^\circ/90^\circ)_s$ [39]

plis dans le stratifié sont parfaitement liés ensemble une contrainte de cisaillement interne dans le plan τ_{xy} est produite. Tout comme pour le stratifié bidirectionnel, les conditions frontière appliquées au stratifié font que la contrainte de cisaillement τ_{xy} aux rebords du stratifié est nulle. Par conséquent, tel que l'illustre la figure 3.8, des contraintes interlaminaires se produisent pour permettre de rencontrer les conditions aux rebords.

3.4 La méthode de différences finies

La méthode de différences finies est une méthode analytique qui nous permet d'obtenir des solutions numériques aux équations de dérivées partielles en utilisant des équations aux différences finies. Cette méthode, utilisée tout particulièrement pour les problèmes de conditions aux limites définies, consiste à résoudre un système d'équations liant les valeurs des fonctions inconnues en certains points. Ces points situés dans le domaine de définition des fonctions assujetties aux équations de dérivées partielles correspondent aux valeurs approximatives des fonctions [40].

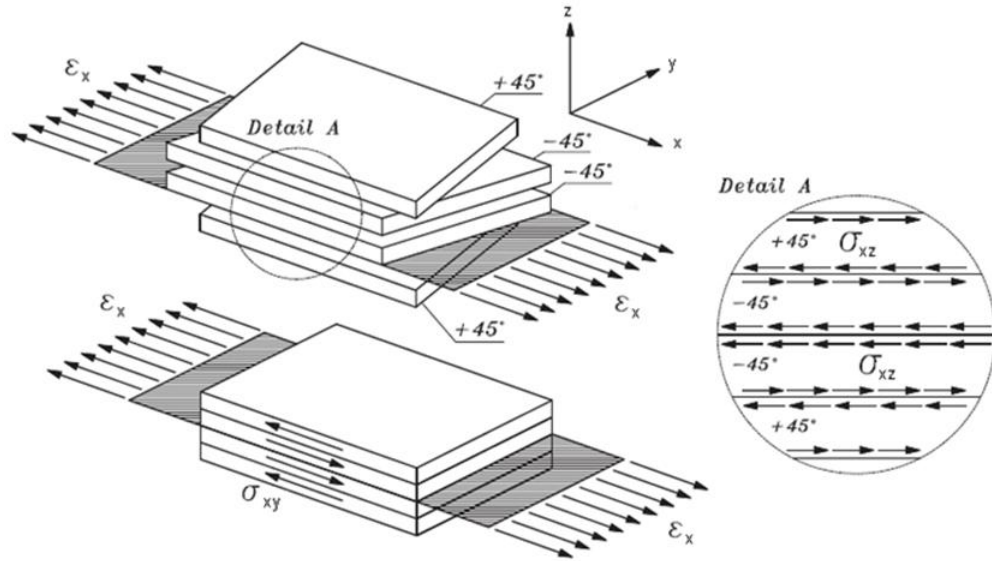


FIGURE 3.8: Contraintes interlaminaires dans un stratifié $(\pm 45^\circ)_s$ [39]

3.5 La méthode des éléments finis

L'analyse par éléments finis est une méthode numérique de résolution d'équations différentielles et de dérivées partielles permettant, entre autres, d'obtenir une solution approximative de la contrainte et la déformation d'une structure fixe dans l'espace et soumise à une charge. Pour ce faire, la géométrie de la structure analysée est subdivisée en éléments reliés par des nœuds pour créer un maillage représentant la structure. Les propriétés des éléments sont définies en fonction de leurs géométries et des propriétés du matériau. Par exemple, la rigidité d'un élément bar, k_e , est définie par l'équation 3.21, où A_e correspond à l'aire de la surface de l'élément selon la coupe transversale, h_e à la longueur de l'élément et E est le module d'élasticité d'un matériau isotrope.

$$k_e = \frac{EA_e}{h_e} \quad (3.21)$$

Les caractéristiques de l'élément sont définies par sa matrice de rigidité $[k_e]$ qui

permet de définir les forces appliquées $[f]$ à l'élément selon le déplacement des nœuds $[U]$, tel que l'illustre l'équation 3.22 pour un élément bar.

$$\begin{bmatrix} k_e & -k_e \\ -k_e & k_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

Les paramètres de la matrice de rigidité sont définis en fonction de la géométrie de la structure et des propriétés des matériaux utilisés. Les paramètres inconnus des équations correspondent aux déplacements des nœuds en fonction des forces appliquées et des conditions frontière de la structure. Les déplacements $[U]$ sont approximés au moyen de fonctions polynomiales. Ces fonctions peuvent être linéaires, quadratiques ou d'ordres supérieures, tel que défini par le type d'éléments utilisés lors de l'analyse. La figure 3.9 illustre des éléments à base quadrangulaire ou triangulaire, en 2 ou 3 dimensions et linéaires ou quadratiques.

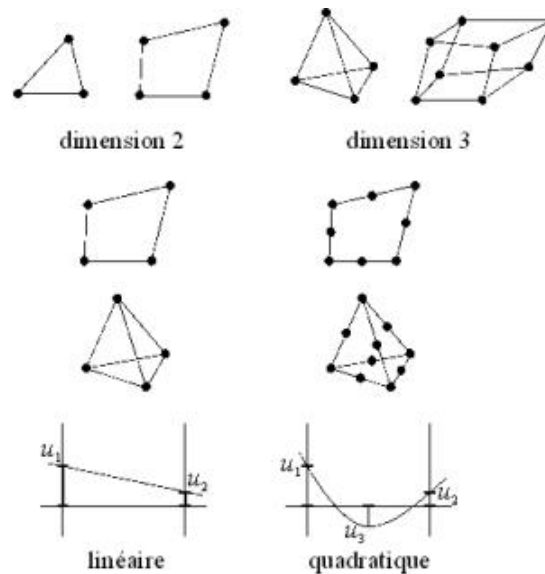


FIGURE 3.9: Exemples de type d'éléments utilisés en analyses par éléments finis [41]

L'analyse par éléments finis nous permet d'obtenir une solution approximative dont la précision des résultats dépend du nombre d'éléments utilisés pour la modélisation et du degré polynomial de la fonction de déplacement des éléments. La figure 3.10

illustre l'écart entre la valeur réelle et approximative pour deux modèles dont le nombre d'éléments et le degré polynomial varient. L'écart entre les valeurs réelles et approximatives du modèle constitué de deux éléments linéaires est significatif. En augmentant le nombre d'éléments linéaires (figure 3.10 en haut à droite) ou en utilisant des éléments non linéaires quadratiques (figure 3.10 en bas à droite), l'écart entre les valeurs réelles et approximatives diminue. En général une étude de convergence qui définit l'erreur due à la discrétisation est effectuée pour valider les résultats obtenus lors d'une analyse numérique. Cette étude consiste à augmenter le nombre d'éléments du modèle et/ou le degré du polynôme de la fonction des éléments jusqu'à l'obtention d'une valeur constante correspondant à la valeur réelle.

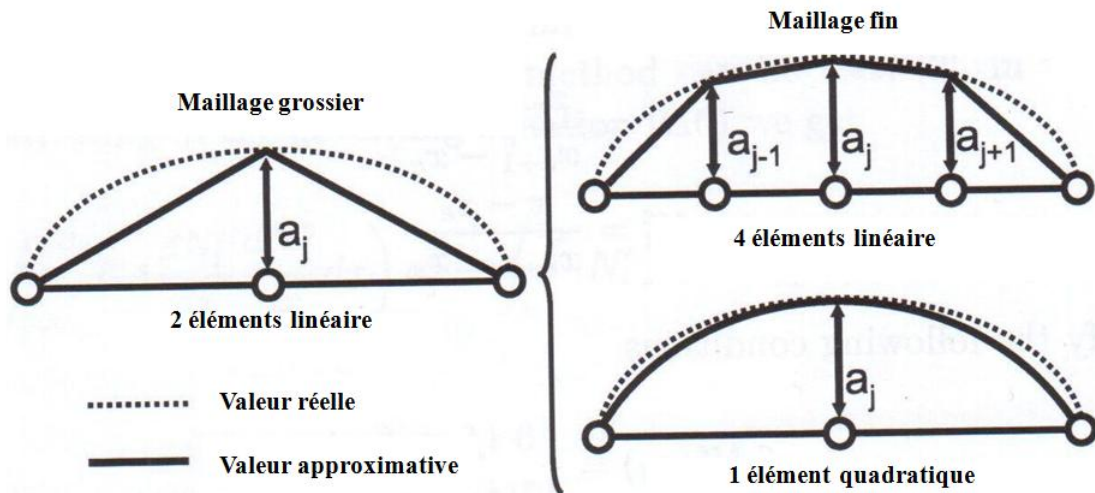


FIGURE 3.10: Erreur de discrétisation selon le maillage et l'utilisation d'éléments linéaires ou quadratiques lors de la modélisation [37]

Deux approches sont utilisées par les logiciels d'analyse par éléments finis pour définir les fonctions de déplacements nodales, soit la méthode-h et la méthode-p. La méthode-h, utilisée par les logiciels PATRAN/NASTRAN et ANSYS emploie des éléments de fonction linéaire ou quadratique. La méthode-p, utilisé par le logiciel StressCheck utilise des éléments d'ordre supérieurs (jusqu'à ordre 8 pour le logiciel StressCheck). La méthode-p permet d'utiliser moins d'éléments que la méthode-h afin de capturer les contraintes dans un modèle. L'étude de convergence pour la méthode-p se fait en augmentant le degré polynomial, tandis que l'étude de convergence pour

la méthode-h se fait en augmentant le nombre d'éléments du modèle [37]. L'avantage de la méthode-p par rapport à la méthode-h est que le nombre et la localisation des éléments demeurent identiques pour l'ensemble des modèles utilisés lors de l'étude de convergence ce qui permet de comparer les contraintes entre différents modèles à partir de la même série d'éléments selon les différents modèles.

3.5.1 Modélisation et analyse de stratifiés

L'analyse par éléments finis des matériaux composites peut s'effectuer à plusieurs niveaux. Tel qu'illustre la figure 3.11, l'analyse peut s'effectuer de façon micro-mécanique ou macro-mécanique au niveau des plis ou pour l'ensemble du stratifié [37].

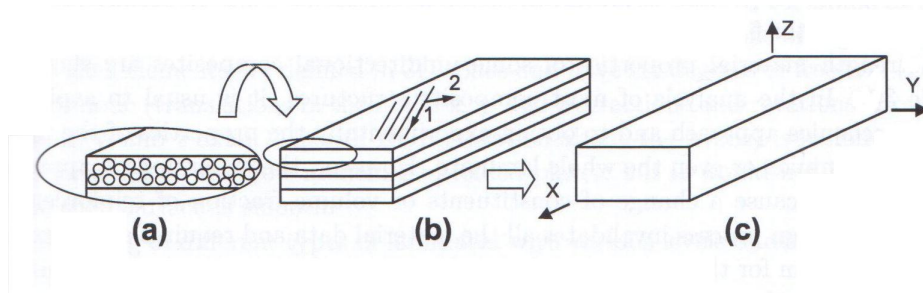


FIGURE 3.11: Analyse (a) micro mécanique (b) macro mécanique - niveau lamina (c) macro mécanique - niveau stratifié [37]

L'analyse micro-mécanique permet d'obtenir en détail les valeurs de la contrainte et de la déformation des composantes du stratifié, c'est-à-dire les fibres et la matrice. Pour ce faire, il est nécessaire de définir les propriétés et la géométrie des composantes [37]. La figure 3.12 représente la modélisation microscopique d'un stratifié où les fibres et la matrice sont définies par des éléments distinctifs. Bien que cette approche peut permettre d'obtenir la déformation et la contrainte dans la fibre et la matrice et ainsi éliminer la singularité des contraintes interlaminaires aux rebords du stratifié, le nombre important d'éléments nécessaires à la modélisation d'un stratifié exige une puissance de calcul informatique considérable.

L'analyse macro-mécanique, utilisée dans la présente étude, considère les composantes du stratifié, les fibres et la matrice, comme un matériau homogène. L'approche macro-mécanique peut être effectuée selon chacun des plis du stratifié (figure 3.11

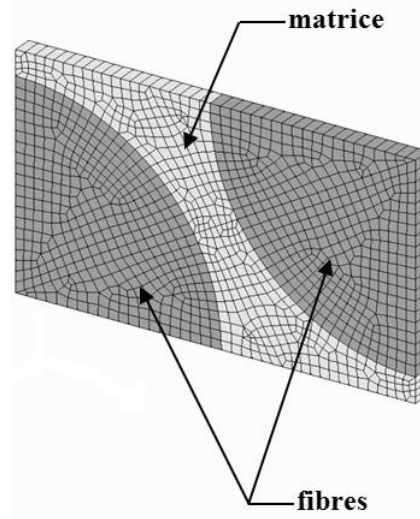


FIGURE 3.12: Modélisation micro mécanique d'un composite (fibres - matrice) [42]

(b)) ou pour l'ensemble du stratifié (figure 3.11(c)). L'analyse macro-mécanique ne permet pas d'obtenir en détail la contrainte des composantes comme pour l'analyse micro-mécanique. Par contre, elle permet d'obtenir des valeurs de la contrainte et de la déformation de chacun des plis du stratifié en utilisant un nombre limité d'éléments [37].

La modélisation d'un stratifié peut être effectuée à partir d'éléments de 2 dimensions ou de 3 dimensions. L'analyse en 2 dimensions permet d'obtenir l'état de contrainte dans le plan de chacun des plis d'un stratifié, mais son utilisation se limite aux stratifiés minces. Lorsque l'épaisseur du stratifié est importante ou dans le but d'évaluer les contraintes interlaminaires, la modélisation en 3 dimensions est nécessaire [37].

3.5.2 La modélisation d'un stratifié à partir d'éléments 2D

L'analyse des stratifiés en 2 dimensions utilise l'approche macro-mécanique où les caractéristiques du stratifié sont assignées aux éléments de surface à partir d'un module de modélisation de matériaux composites intégré aux logiciels. Les caractéristiques du stratifié consistent en les propriétés du matériau (modules d'élasticité, modules de cisaillement et coefficients de Poisson), le nombre de plis, l'épaisseur de chaque pli,

l'orientation des renforts et la séquence de drapage. Les modules de composites des logiciels utilisent la théorie classique des stratifiés pour calculer les contraintes et les déformations dans le plan de chaque pli du stratifié, avec comme hypothèse que les déformations hors plan sont négligeables. De plus, les contraintes de cisaillements interlaminaires τ_{xz} et τ_{yz} peuvent être calculé à partir de la théorie de premier ordre de déformation défini selon l'équation 3.13 [37], utilisée par les logiciels étudiés. Toutefois, ces modèles ne permettent pas de calculer les valeurs de la contrainte interlaminaire aux rebords ou la contrainte normale hors plan σ_z .

3.5.3 Modélisation d'un stratifié à partir d'éléments 3D

Bien que la modélisation à partir d'éléments 2D permet d'obtenir la déformation et la contrainte dans le plan pour l'ensemble des plis d'un stratifié, cette approche comporte des limitations. Une modélisation en 3D peut s'avérer nécessaire dans les cas suivants :

1. L'épaisseur du stratifié est importante et/ou on retrouve des renforts selon l'épaisseur du stratifié (renfort avec point de liage hors plan).
2. Lors de l'analyse des contraintes hors plan.
3. Le stratifié est composé d'un cœur mou comparé aux couches de surfaces externes (structure sandwich).
4. Les contraintes de pelage sont importantes.

L'analyse des stratifiés en 3 dimensions utilise également une approche macro-mécanique. Toutefois, les caractéristiques du stratifié sont assignées à des éléments solides représentant chaque pli du stratifié. L'état de contrainte de chaque pli est fonction de la déformation selon la loi de Hooke pour un matériau orthotrope, tel que montre l'équation 3.23. Les valeurs des coefficients Q_{ij} sont fonction des propriétés du matériau soit : les modules d'élasticité longitudinale, transversale et hors plan, les modules de cisaillement ainsi que les coefficients de Poisson.

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{12} \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \end{pmatrix}_k = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & Q_{23} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{13} & Q_{22} & Q_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{55} \end{bmatrix}_k \begin{pmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \end{pmatrix}_k \quad (3.23)$$

À partir des propriétés du matériau, le nombre de plis, l'épaisseur des plis ainsi que l'orientation des renforts, les propriétés du stratifié sont définies selon la matrice de rigidité globale $[\bar{Q}]_k$ où la relation entre la contrainte et la déformation est définie par l'équation 3.24. Les valeurs des coefficients \bar{Q}_{ij} sont fonction des propriétés du matériau, de l'orientation des renforts, de l'épaisseur des plis ainsi que de leurs localisations dans le laminé.

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{pmatrix}_k = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{13} & \bar{Q}_{16} & 0 & 0 \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{23} & \bar{Q}_{26} & 0 & 0 \\ \bar{Q}_{13} & \bar{Q}_{23} & \bar{Q}_{33} & \bar{Q}_{36} & 0 & 0 \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{36} & \bar{Q}_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{44} & \bar{Q}_{45} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_{45} & \bar{Q}_{55} \end{bmatrix}_k \begin{pmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{pmatrix}_k \quad (3.24)$$

Les caractéristiques ainsi définies pour chacun des plis du stratifié permettent d'obtenir la valeur de la déformation ou la contrainte dans le plan mais aussi hors plan et ainsi d'obtenir la contrainte interlaminaire aux rebords.

Évaluation des logiciels d'analyse par éléments finis

La complexité de l'analyse des contraintes des matériaux composites limite l'utilisation des calculs analytiques, rendant l'analyse par éléments finis souvent nécessaire. Différents logiciels commerciaux d'analyse par éléments finis permettant la modélisation des matériaux composites sont disponibles sur le marché. Dans le cadre de la présente étude, trois logiciels (ANSYS 14.0, Nastran 2012.2 et StressCheck 9.2) ont été sélectionnés pour effectuer une étude comparative sur les résultats obtenus pour l'analyse de stratifiés en matériaux composites. Ces trois logiciels ont été sélectionnés pour l'étude puisqu'ils possèdent tous un module de modélisation des matériaux composites.

Afin de valider l'analyse des composites à partir des trois logiciels, les objectifs de l'étude présentés dans le présent chapitre étaient :

1. De calculer la déformation et la contrainte dans le plan des stratifiés $[(0/90)_4]_s$ et $[(0/90)_2(\pm 45)_2]_s$ à partir de la théorie classique des stratifiés.
2. De valider un modèle numérique représentant un essai de flexion 4-point d'un stratifié mince en carbone époxy $[(0/90)_4]_s$ en comparant les valeurs numériques du fléchissement avec les valeurs expérimentales [43].
3. De comparer les valeurs numériques obtenues pour la contrainte dans le plan entre les trois logiciels évalués.
4. De comparer les valeurs numériques obtenues de la contrainte dans le plan aux valeurs analytiques calculées à partir la théorie classique des stratifiés.

Les sections du chapitre comprennent la description du modèle, les étapes de modélisation utilisant les trois logiciels et les calculs analytiques du champ de contraintes du laminé.

4.1 Description du modèle et étapes de modélisation

Le modèle analysé pour l'étude comparative correspond à un stratifié de 16 plis de matériaux composites soumis à un essai de flexion 4-point, tel qu'illustre la figure 4.1. Ce modèle a été défini afin de correspondre au montage d'essai de flexion 4-point utilisé lors de l'étude en fatigue d'un stratifié mince carbone-époxy [43]. Deux stratifiés ont été évalués soit : $[(0/90)_4]_s$ (identifié stratifié - A) et $[(0/90)_2(\pm 45)_2]_s$ (identifié stratifié - B).

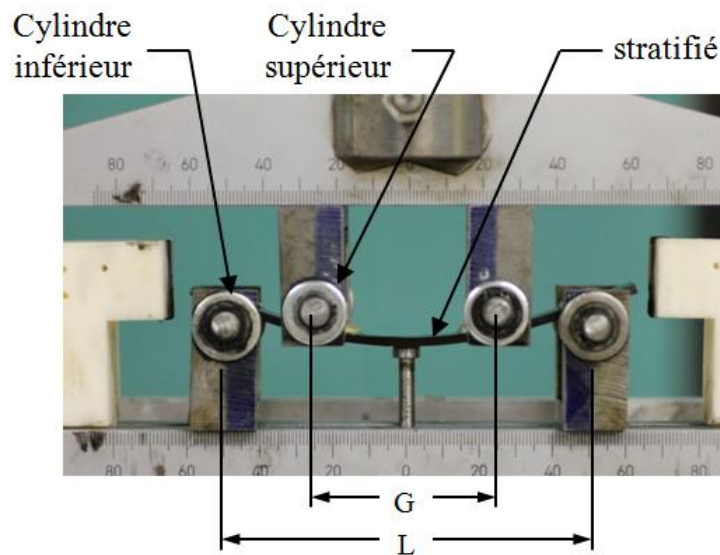


FIGURE 4.1: Montage de l'essai de flexion 4-point d'un stratifié mince carbone-époxy [43]

Le stratifié, tel qu'illustre la figure 4.2, correspond au spécimen évalué expérimentalement lors d'essais de flexion 4-point en fatigue [43]. Les dimensions du spécimen, présentées au tableau 4.1, sont définies selon l'étendue L (représentant la distance entre les cylindres inférieurs), l'étendue interne G (représentant la distance entre les cylindres supérieurs), la largeur du spécimen b et l'épaisseur du spécimen t .

La représentation de l'essai de flexion 4-point a été simplifiée où seulement le stratifié a été modélisé et les charges exercées par les cylindres sur le stratifié sont représentées par les conditions frontière du modèle. Les étapes de modélisation consistent à créer une géométrie correspondant au modèle à analyser pour ensuite créer un maillage d'éléments correspondant à la géométrie, à assigner les caractéristiques du

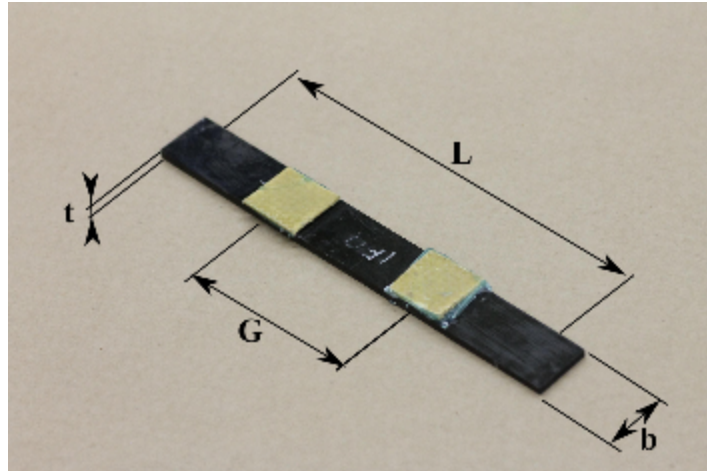


FIGURE 4.2: Photo de l'échantillon de l'essai en flexion 4-point [43]

TABLE 4.1: Dimensions du spécimen flexion 4-point définies selon les échantillons d'essais expérimentaux [43]

largeur	b	15.88 mm
épaisseur	t	2.36 mm
étendue	L	100 mm
étendue interne	G	50 mm

matériau aux éléments et à définir les conditions frontière correspondant aux charges appliquées.

4.1.1 Géométrie du spécimen d'essai en flexion 4-point

Le spécimen d'essai en flexion 4-point a été représenté par deux types de modèles numériques : un modèle en 2 dimensions et un modèle en 3 dimensions. Le modèle en 2D, tel qu'illustre la figure 4.3, est représenté par une surface plane d'une longueur de 100 mm et d'une largeur de 15.88 mm. Les dimensions du modèle en 3D, représenté par un bloc de 2.36 mm d'épaisseur, sont identiques au modèle en 2D.

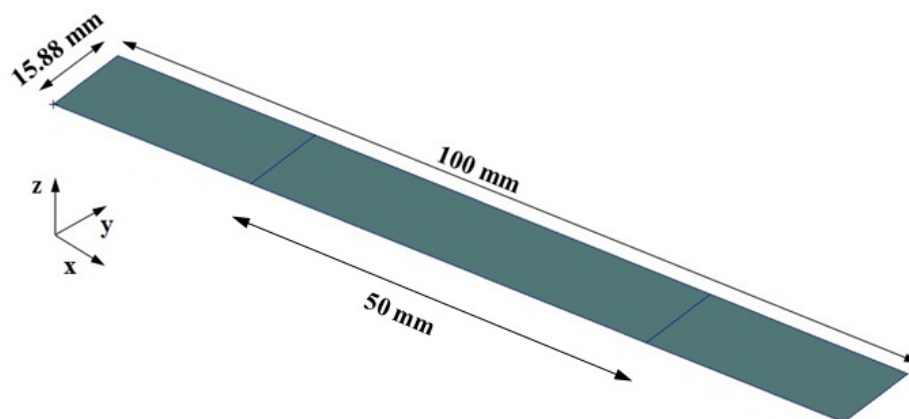


FIGURE 4.3: Géométrie du modèle en 2 dimensions

4.1.2 Type d'éléments et maillage des modèles numériques

Afin de pouvoir comparer les résultats obtenus à partir des trois logiciels étudiés, le même nombre d'éléments a été utilisé pour tous les modèles. Tel qu'illustre la figure 4.4, on retrouve 12 éléments dans la direction longitudinale et 6 éléments dans la direction transversale. Les modèles en 2D ont un élément par épaisseur du stratifié représentant l'ensemble des plis du stratifié. Le nombre d'éléments à travers l'épaisseur du stratifié pour les modèles en 3D varie selon le type de logiciel et modèle utilisé.

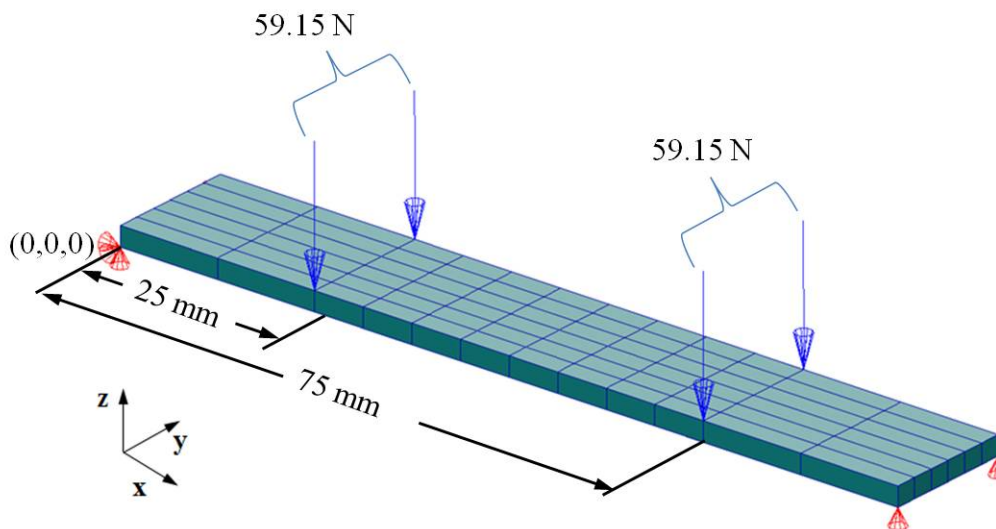


FIGURE 4.4: Éléments et conditions frontière du modèle en 3 dimensions

4.1.2.1 Description de la modélisation des stratifiés à partir du logiciel PATRAN/NASTRAN

La modélisation en PATRAN du stratifié a été effectuée à l'aide du module composite intégré au logiciel. L'élément utilisé pour la modélisation en 2D était un élément de plan QUAD16 avec 8 nœuds et six degrés de liberté à chaque nœud [44].

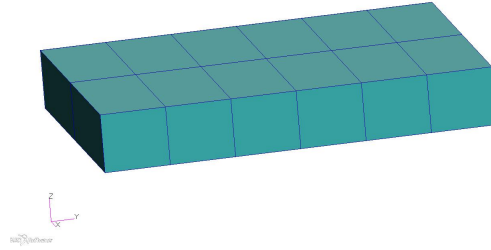
Pour la modélisation en 3D, l'élément utilisé était 3D Solid Shell Composite Hex8, un élément linéaire avec un point d'intégration permettant un meilleur comportement en flexion [44]. Le module composite du logiciel PATRAN ne permettait que l'utilisation d'élément linéaire.

Deux approches ont été utilisées pour modéliser le stratifié en 3D. L'utilisation du module composite a été utilisé pour les deux approches. La première approche consistait à définir l'ensemble du stratifié selon un élément d'épaisseur, tel qu'illustre la figure 4.5 (a). Les caractéristiques du stratifié, les propriétés du matériau et l'orientation des plis sont assignées aux éléments. Ce modèle est identifié 3D-uni dans la suite de ce chapitre.

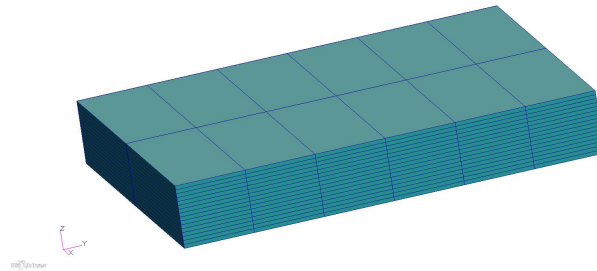
La seconde approche consiste à représenter chaque pli du stratifié selon un élément d'épaisseur, tel qu'illustre la figure 4.5 (b). Les caractéristiques des plis, les propriétés du matériau et orientation des plis sont assignées aux éléments correspondants. Ce modèle est identifié comme 3D-multi.

4.1.2.2 Description de la modélisation des stratifiés à partir du logiciel StressCheck

La modélisation en StressCheck du stratifié a été effectuée à l'aide du module composite intégré au logiciel. La modélisation en 2D a été effectuée à partir d'éléments de surface Qshell, un élément dont le degré du polynôme varie de 1 à 8 (p-level) [45]. L'élément hexagonal a été utilisé pour la modélisation en 3D et le degré du polynôme de l'élément varie de 1 à 8 (p-level). Tel qu'illustre la figure 4.6, les caractéristiques du stratifié sont assignées à l'élément maître (4.6 (a)) et par la suite l'élément est subdivisé en éléments enfants (4.6 (b)) où chaque pli est représenté par un sous-élément. Pour les modèles en 2D et 3D, les résultats de l'analyse ont été obtenus à partir d'éléments de polynôme de degré 3.



(a) Modèle 3D-uni - Modèle du stratifié défini selon 1 élément d'épaisseur.



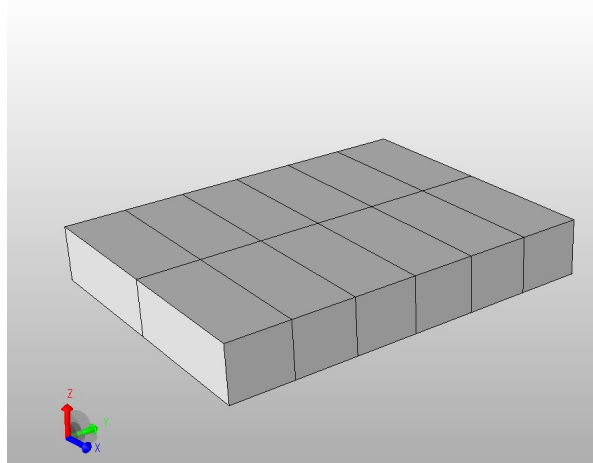
(b) Modèle 3D-multi - Modèle où chaque pli du stratifié est défini selon 1 élément d'épaisseur.

FIGURE 4.5: Modélisation 3D du stratifié à partir du logiciel PATRAN/NASTRAN

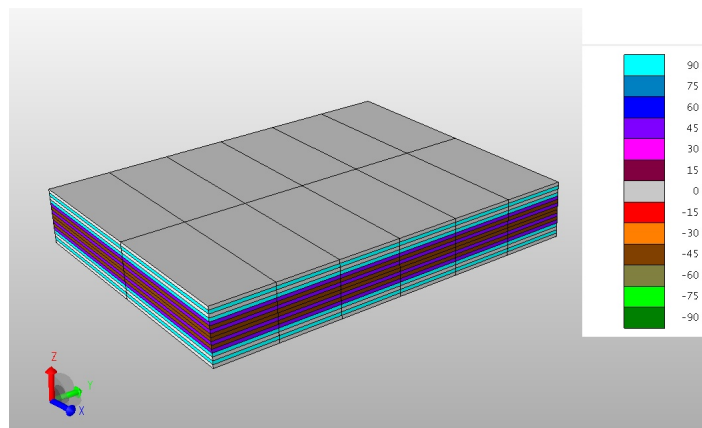
4.1.2.3 Description de la modélisation des stratifiés à partir du logiciel ANSYS

La modélisation 2D en ANSYS du stratifié a été effectuée à partir du module composite ACP intégré au logiciel. Les éléments utilisés pour le maillage étaient du type SHELL281, un élément de 8 nœuds avec six degrés de liberté à chaque nœud. Ce type d'élément est utilisé pour les applications en couche tel que les matériaux composites et les structures sandwichs [46].

La modélisation 3D en ANSYS a été effectuée selon deux méthodes. La première méthode, utilisant le module de composite ACP, consistait à extruder les éléments de surface en éléments surfaces-solides (SOLSH190). L'élément surface-solide SOLSH190 est un élément de 8 nœuds à 3 degrés de liberté par nœud utilisé pour simuler des structures stratifiés [46]. Chaque pli était défini par un élément de surface-solide où les propriétés de chaque élément correspondaient au matériau et à l'orientation des renforts (ce modèle est identifié comme ANSYS 3D-I). La deuxième méthode consistait à modéliser le stratifié sans le module de composite ACP. Pour ce faire,



(a) Géométrie du stratifié défini par les éléments maîtres



(b) Ensemble des plis du stratifié défini par les éléments enfants

FIGURE 4.6: Modélisation 3D d'un stratifié $[(0/90)_2(\pm 45)_2]_s$ à partir du logiciel StressCheck

chaque pli du stratifié a été représenté graphiquement et les propriétés des plis ont été orientées selon un axe de coordonnées aligné avec l'angle du renfort, tel qu'illustre la figure 4.7 où les propriétés des plis à 45° sont définies selon un système de coordonnées orienté à 45° . Le modèle comporte 16 éléments à travers l'épaisseur du stratifié, soit un élément pour chaque pli (ce modèle est identifié comme ANSYS 3D-II). L'élément utilisé pour le maillage est SOLD185, un élément de 20 nœuds avec trois degrés de liberté à chaque nœud [46].

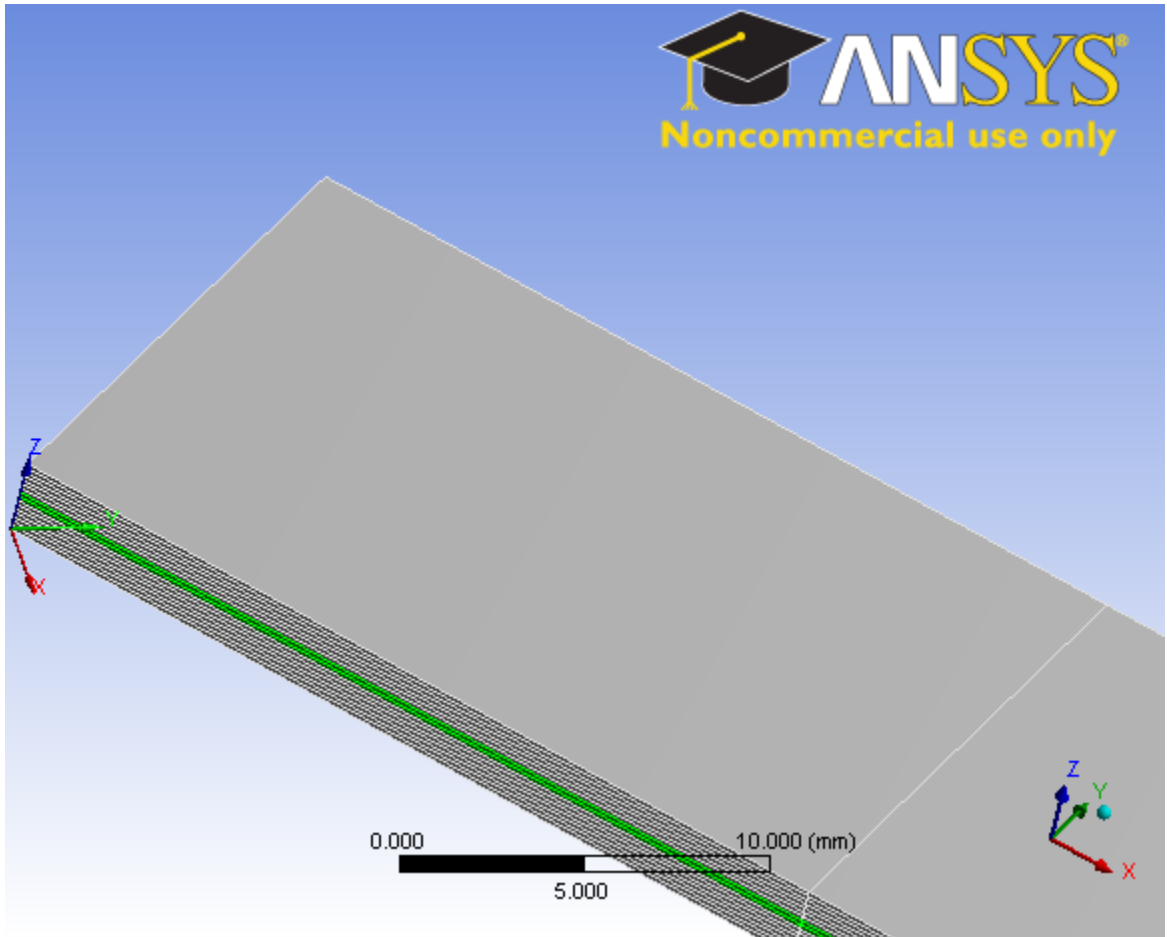


FIGURE 4.7: Modèle ANSYS 3D-II montrant le système de coordonnées des plis à 45° et le système de coordonnées globale.

4.1.3 Propriétés du matériau et caractéristiques des stratifiés

Assigner les propriétés d'un matériau composite aux éléments d'un modèle nécessite une séquence d'opérations spécifique. Dans un premier temps, les propriétés du matériau doivent être définies. Dans le modèle actuel, les propriétés mécaniques utilisées correspondent à un préimprégné unidirectionnel carbone-époxy. Les valeurs des propriétés mécaniques dans le plan, présentées à la table 4.2, correspondent aux valeurs des propriétés du matériau utilisé lors de l'étude d'essais de flexion 4-point en fatigue dont les stratifiés ont été fabriqués à partir du préimprégné unidirectionnel carbone-époxy CYCOM 5276-1/G40-800 [43]. (la fiche technique du matériau est présentée en annexe C). Comme les valeurs du coefficient de Poisson hors plan, ν_{23} et ν_{13} , n'ont pas

été définies lors de l'étude expérimentale antérieure [43], des valeurs de $\nu_{23} = 0.46$ et $\nu_{13} = 0.30$ obtenues d'un matériau similaire de la librairie du logiciel StressCheck ont été utilisées pour l'analyse.

Dans un second temps, l'orientation principale du renfort ainsi que l'épaisseur du pli doivent être définies. L'orientation principale des renforts du modèle a été définie selon l'axe des x et l'épaisseur de chaque pli (h_0) était de 0.1475 mm. Pour l'analyse, les hypothèses suivantes ont été utilisées : le matériau est considéré comme orthotrope et homogène où le module d'élasticité hors plan est égal au module d'élasticité transversale ($E_{22} = E_{33}$) et les propriétés sont constantes sans variation en fonction de la température ou de l'humidité ambiante.

TABLE 4.2: Propriétés du matériau préimprégné unidirectionnel carbone époxy CYCOM 5276-1/G40-800 [47]

E_{11}	150 GPa
$E_{22} = E_{33}$	8 GPa
$G_{12} = G_{23} = G_{13}$	4 GPa
ν_{12}	0.25
ν_{23}	0.46
ν_{13}	0.30

L'étape suivante consiste à définir une séquence de drapage à partir de chaque pli défini. Deux types de séquence ont été utilisés pour l'analyse. Le premier stratifié (Stratifié A) avait une séquence de drapage $[(0/90)_4]_s$, tel qu'illustre la figure 3.1. Cette séquence a été définie afin de correspondre aux spécimens expérimentaux d'essais en flexion 4-point en fatigue [43]. Le second stratifié (Stratifié B) avait une séquence de drapage $[(0/90)_2(\pm 45)_2]_s$ tel qu'illustre la figure 3.2. Les plis à $\pm 45^\circ$ ont été ajoutés pour donner de la résistance en cisaillement au stratifié.

4.1.4 Modélisation des conditions de charges et d'appuis

Dans le but de valider le modèle numérique, les conditions frontière appliquées au modèle ont été définies en fonction des charges appliquées par les cylindres lors des essais expérimentaux de flexion 4-point [43], illustré en figure 4.1. La charge appliquée par chaque cylindre supérieur était représentée par une force de -59.15 Newton agissant dans la direction de l'axe des z représentant une charge totale de 118.3 Newton. Cette force était appliquée aux nœuds des arêtes du stratifié à 25 mm et 75 mm du rebord, tel qu'illustre la figure 4.4. Cette charge représentait 10% de la charge maximum appliquée lors des essais expérimentaux [43] et a été définie afin d'obtenir une faible déformation longitudinale (ϵ_x) dans le plan des stratifiés.

Le support des cylindres inférieurs était représenté par les conditions frontière fixes dans la direction longitudinale, transversale et verticale (x , y et z) appliquées aux nœuds de l'arête inférieure localisée à $x=0$ et la condition de frontière fixe dans la direction verticale z appliquée aux nœuds de l'arête inférieure localisée à l'autre extrémité du modèle à $x=100$, tel qu'illustre la figure 4.4.

4.1.5 Solution d'analyse et validation de l'analyse linéaire

Comme la charge appliquée a produit une faible déformation ($\epsilon_x < 0.0012$), une analyse linéaire a été effectuée pour tous les modèles. Afin de valider la linéarité des résultats, une analyse linéaire et non linéaire ont été effectuées pour le modèle en 2 dimensions du logiciel ANSYS selon les conditions frontière définies. Les résultats obtenus des analyses linéaire et non linéaire sont illustrés à la figure 4.8 où les valeurs de la contrainte longitudinale σ_x sont tracés selon l'épaisseur du stratifié A - $[(0/90)_4]_s$. La concordance des résultats de l'analyse linéaire et de l'analyse non linéaire confirme la validité de l'utilisation de l'analyse linéaire qui sera employée pour la suite de cet ouvrage.

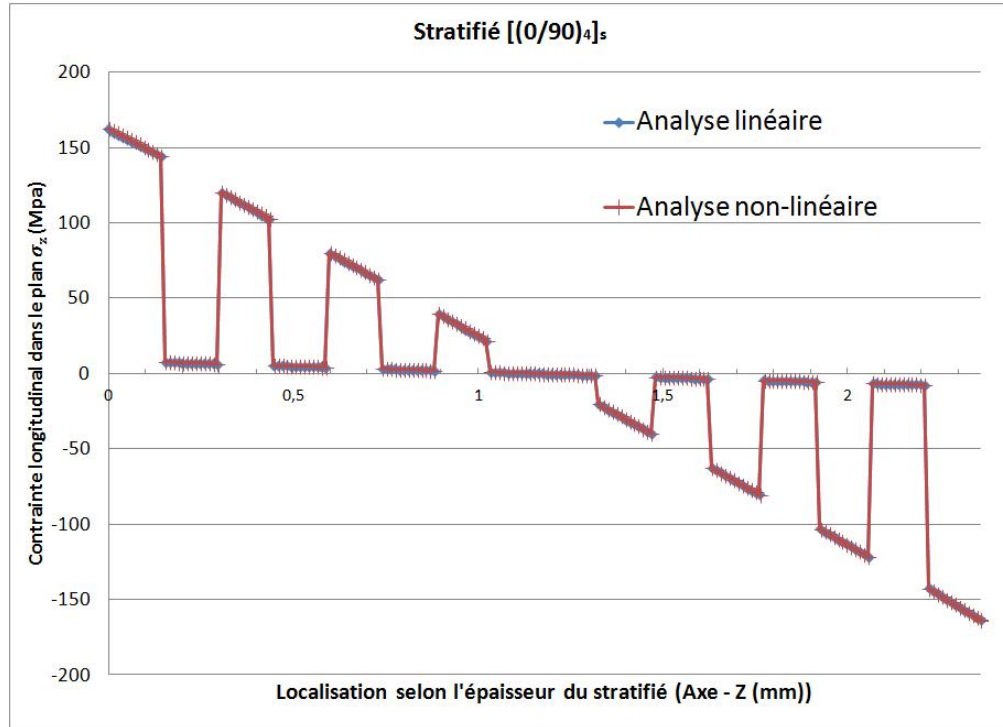


FIGURE 4.8: Résultats des analyses linéaire et non linéaire - contrainte longitudinale σ_x évaluée selon l'épaisseur du stratifié $[(0/90)_4]_s$

4.2 Calculs et résultats analytiques de la déformation et la contrainte dans le plan des stratifiés A et B

Les contraintes dans le plan des stratifiés A et B ont été calculées analytiquement afin d'être comparées aux contraintes dans le plan obtenues des trois logiciels. La théorie classique des stratifiés, résumée en section 3.2, a été utilisée pour calculer les déformations et les contraintes des stratifiés. Un moment équivalent, correspondant au moment appliqué divisé par la largeur du stratifié, a été défini pour le calcul analytique. La valeur du moment équivalent est obtenue à partir de l'équation 4.1, où la valeur de a , tel qu'illustre la figure 2.15, est fonction de la position des cylindres supérieurs et inférieurs de l'essai en flexion 4-point.

$$M_x = \frac{\frac{Force}{2}(a)}{largeur\ du\ specimen} = \frac{\frac{118.3}{2}(25)}{15.88} = 93.07 \frac{N.m}{m} \quad (4.1)$$

Afin de calculer les déformations et courbures résultant du moment équivalent (M_x) appliqué aux stratifiés, les matrices de rigidité des stratifiés A et B ont été calculées. Les équations 4.2 et 4.3 montrent la relation entre la charge appliquée, la matrice de rigidité et les déformations et courbures dans le plan médian pour les stratifiés A et B respectivement. Suite à l'application du moment équivalent M_x de 93.07 N, les deux stratifiés ont déformé en flexion. Les valeurs des courbures du plan médian des stratifiés A et B sont listées au tableau 4.3. Les stratifiés A et B avaient des courbures du plan k_x et k_y cependant le stratifié A, comparativement au stratifié B, n'avait pas de courbure k_{xy} . La courbure k_{xy} était produite par la présence de plis orientés à angle, absents dans le stratifié A.

TABLE 4.3: Valeurs des courbures du plan médian des stratifiés A et B

déformation et courbure	stratifié A [[0/90] ₄] _s	stratifié B [[0/90] ₂ (±45) ₂] _s
ϵ_x^0	0	0
ϵ_y^0	0	0
γ_{xy}^0	0	0
κ_x	0.000918 mm^{-1}	0.001008 mm^{-1}
κ_y	0.000028 mm^{-1}	0.000094 mm^{-1}
κ_{xy}	0	0.000183 mm^{-1}

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 93.07 N \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 187\,238 & 4740 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4740 & 187\,238 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 9449 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 101737 & 2204 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2204 & 73\,394 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4394 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} \quad (4.2)$$

$$\begin{pmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 93.07 N \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 146\ 338 & 45\ 640 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 45\ 640 & 146\ 338 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 50\ 349 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 93\ 315 & 6959 & 1834 \\ 0 & 0 & 0 & 6959 & 73\ 394 & 1834 \\ 0 & 0 & 0 & 1834 & 1834 & 9148 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

Les champs de déformation (ϵ_x , ϵ_y et γ_{xy}) et de contrainte (σ_x , σ_y et τ_{xy}) dans le plan pour chaque pli des stratifiés A et B ont été calculés à partir des résultats pour les courbures du plan médian. Les déformations et contraintes, dont les valeurs sont évaluées au centre de chaque pli, sont listées aux tableaux 4.4 et 4.5 et un exemple de calculs est présenté en annexe A.

La relation entre la déformation et la distance du plan médian des stratifiés A et B est linéaire. La déformation longitudinale ϵ_x des plis situés au-dessus du plan médian est en compression et en tension pour les plis situés sous le plan médian. La déformation transversale ϵ_y des plis situés au-dessus du plan médian est en tension et en compression pour les plis situés sous le plan médian. Il n'y a aucune déformation en cisaillement γ_{xy} dans le stratifié A, mais les plis orientés à $\pm 45^\circ$ dans le stratifié B produisent une déformation en cisaillement γ_{xy} .

La figure 4.9 illustre la valeur des contraintes dans le plan, σ_x et σ_y , selon l'épaisseur du stratifié A. On peut observer la discontinuité de la contrainte entre les plis, la contrainte étant fonction de la déformation et de la matrice de rigidité de chaque pli (référence équation 3.5). La contrainte longitudinale σ_x (en compression au-dessus du plan médian et tension au-dessous du plan médian), dont les valeurs maximales se situaient aux surfaces le plus éloignées du plan médian, étaient plus importante dans les plis dont l'orientation du renfort était à 0° . La contrainte transversale σ_y dans le stratifié A dont les valeurs maximales étaient situées aux surfaces le plus éloignées du plan médian était en compression pour les plis à 0° situés au-dessus du plan médian et en tension pour les plis à 90° situés au-dessus du plan médian. Cette discontinuité

de la contrainte entre les plis 0° et 90° , illustrée à la figure 4.9, était causée par une faible rigidité transversale des plis à 0° par rapport aux plis à 90° .

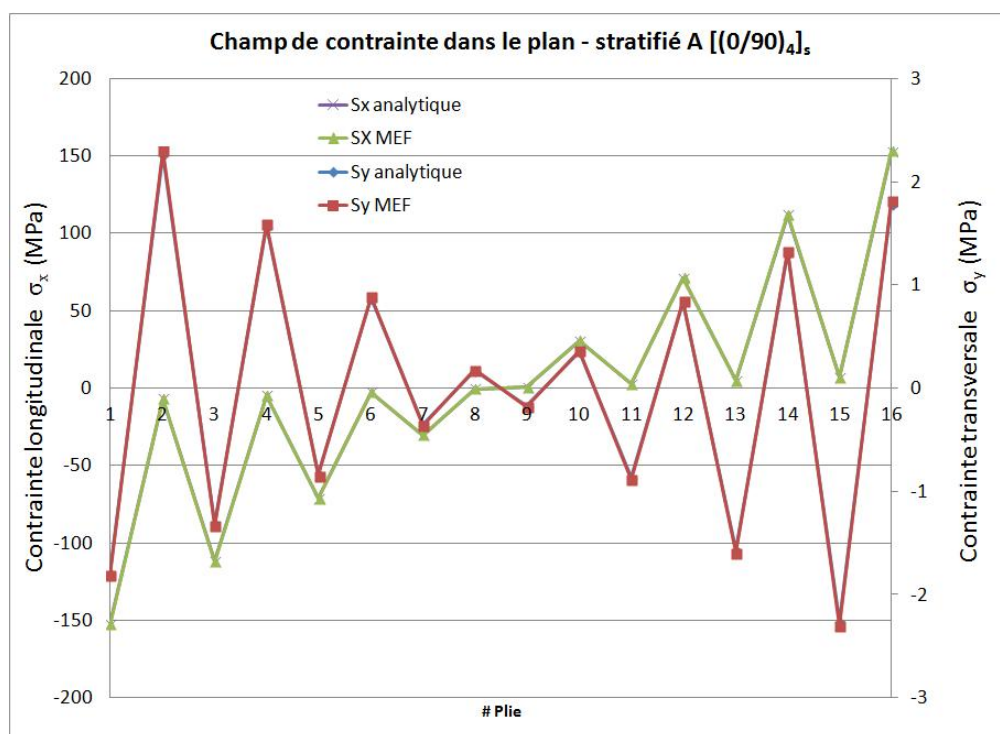


FIGURE 4.9: Champs de contraintes dans le plan- Stratifié A - Moments équivalents M_x

Les valeurs de la contrainte dans les plis 0° et 90° du stratifié B étaient équivalentes aux valeurs de la contrainte des plis respectifs du stratifié A. Toutefois, la présence des plis orientés à $\pm 45^\circ$ dans le stratifié B produisait une contrainte en cisaillement τ_{xy} dans ce stratifié. Le stratifié A, étant composé de 2 fois plus de plis à 0° que le stratifié B, était plus rigide en flexion et, en conséquence, produisait une contrainte longitudinale maximale, σ_x , 8 % inférieure à celle du stratifié B. Comme les stratifiés A et B sont symétriques et soumis à un moment longitudinal, les valeurs de contrainte et déformation des plis sont égales, mais de signe opposé selon le plan médian du stratifié.

TABLE 4.4: Déformations et contraintes calculées à partir de la théorie classique des stratifiés - stratifié A $[(0/90)_4]_s$

pli	angle degré	z mm	ϵ_x mm/mm	ϵ_y mm/mm	γ_{xy} rad	σ_x MPa	σ_y MPa	τ_{xy} MPa
1	0	-1.10625	-0.001016	0.000031	0	-152.82	-1.79	0
2	90	-0.95875	-0.000880	0.000027	0	-7.01	2.27	0
3	0	-0.81125	-0.000745	0.000023	0	-112.07	-1.31	0
4	90	-0.66375	-0.000610	0.000019	0	-4.84	1.57	0
5	0	-0.51625	-0.000474	0.000014	0	-71.32	-0.84	0
6	90	-0.36875	-0.000339	0.000010	0	-2.70	0.87	0
7	0	-0.22125	-0.000203	0.000006	0	-30.56	-0.36	0
8	90	-0.07375	-0.000068	0.000002	0	-0.54	0.17	0
9	90	0.07375	0.000068	-0.000002	0	0.54	-0.17	0
10	0	0.22125	0.000203	-0.000006	0	30.56	0.36	0
11	90	0.36875	0.000339	-0.000010	0	2.70	-0.87	0
12	0	0.51625	0.000474	-0.000014	0	71.32	0.84	0
13	90	0.66375	0.000610	-0.000019	0	4.84	-1.57	0
14	0	0.81125	0.000745	-0.000023	0	112.07	1.31	0
15	90	0.95875	0.000880	-0.000027	0	7.01	-2.27	0
16	0	1.10625	0.001016	-0.000031	0	152.82	1.79	0

4.3 Résultats numériques obtenus par modélisation de la déformation et la contrainte dans le plan des stratifiés A et B

Les logiciels d'analyse par éléments finis permettaient une visualisation des champs de déformation et de contrainte pour l'ensemble du stratifié et en fonction de chaque pli. Par exemple, la figure 4.10 illustre la contrainte longitudinale du stratifié $[(0/90)_4]_s$ ou on peut observer la variation de la contrainte dans chaque pli. Les logiciels étudiés permettaient aussi l'extraction des valeurs de déformation et contrainte selon la géométrie du modèle, par exemple, à travers l'épaisseur ou la largeur du stratifié.

TABLE 4.5: Déformations et contraintes calculées à partir de la théorie classique des stratifiés - stratifié B $[(0/90)_2(\pm 45)_2]_s$

pli	angle degré	z mm	ϵ_x mm/mm	ϵ_y mm/mm	γ_{xy} rad	σ_x MPa	σ_y MPa	τ_{xy} MPa
1	0	-1.10625	-0.001115	0.000104	0.000203	-167.66	-1.41	0.81
2	90	-0.95875	-0.000967	0.000090	0.000176	-7.58	11.58	0.70
3	0	-0.81125	-0.000818	0.000076	0.000149	-122.95	-1.03	0.59
4	90	-0.66375	-0.000669	0.000062	0.000122	-5.25	8.02	0.49
5	45	-0.51625	-0.000521	0.000048	0.000095	-18.09	-13.54	-13.16
6	-45	-0.36875	-0.000372	0.000035	0.000068	-17.74	-14.49	14.62
7	45	-0.22125	-0.000223	0.000021	0.000041	-7.75	-5.80	-5.64
8	-45	-0.07375	-0.000074	0.000007	0.000014	-3.55	-2.90	2.92
9	-45	0.07375	0.000074	-0.000007	-0.000014	3.55	2.90	-2.92
10	45	0.22125	0.000223	-0.000021	-0.000041	7.75	5.80	5.64
11	-45	0.36875	0.000372	-0.000035	-0.000068	17.74	14.49	-14.62
12	45	0.51625	0.000521	-0.000048	-0.000095	18.09	13.54	13.16
13	90	0.66375	0.000669	-0.000062	-0.000122	5.25	-8.02	-0.49
14	0	0.81125	0.000818	-0.000076	-0.000149	122.95	1.03	-0.59
15	90	0.95875	0.000967	-0.000090	-0.000176	7.58	-11.58	-0.70
16	0	1.10625	0.001115	-0.000104	-0.000203	167.66	1.41	-0.81

Les valeurs extraites peuvent être en fonction des coordonnées globales du stratifié ou selon l'orientation des plis.

4.4 Validation du modèle numérique par étude comparative avec les résultats expérimentaux du fléchissement du stratifié $[(0/90)_4]_s$

Afin d'évaluer le niveau d'exactitude du modèle représentant l'essai de flexion 4-point, les valeurs numériques du fléchissement du stratifié $[(0/90)_4]_s$ ont été comparées aux valeurs expérimentales de l'essai en flexion 4-point du même stratifié [43]. À

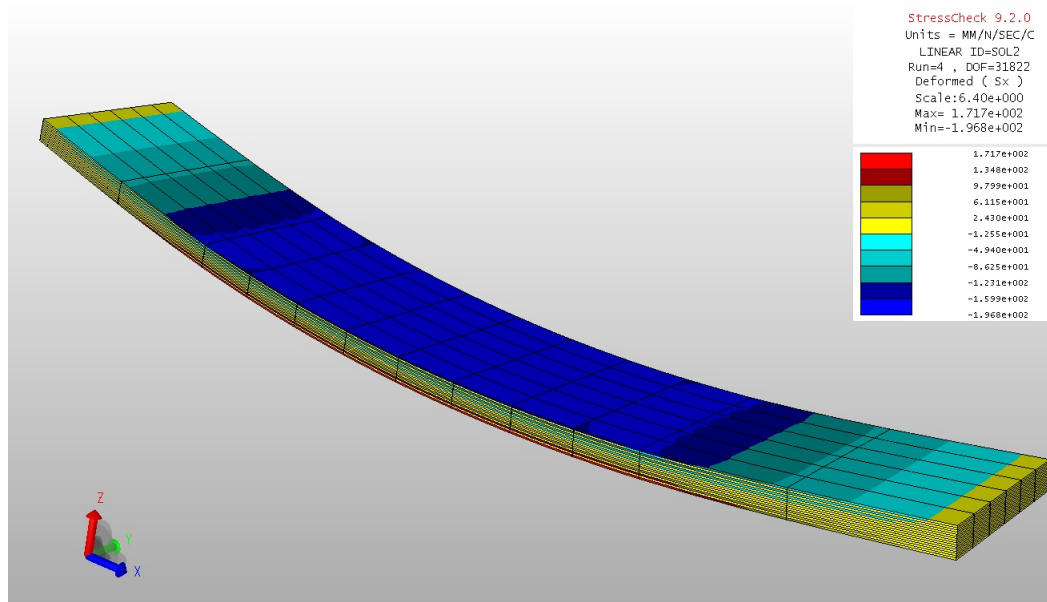


FIGURE 4.10: Contrainte longitudinale du stratifié $[(0/90)_4]_s$ - StressCheck modèle 3D

partir du modèle 3D du logiciel StressCheck, une série de forces a été appliquée afin de représenter les charges lors des essais expérimentaux. Les valeurs numériques et expérimentales de la flèche sont comparées en figure 4.11 et montrent une variation linéaire du fléchissement en fonction de la charge appliquée. Les valeurs expérimentales du fléchissement de l'échantillon 1F13 sont inférieures aux valeurs numériques tandis que les valeurs de l'échantillon 1F14 concordent aux valeurs numériques. La différence entre les résultats expérimentaux des échantillons 1F13 et 1F14 s'explique par la variation de l'épaisseur des échantillons. L'échantillon 1F13 avec une épaisseur de 2.50 mm à une plus grande résistance en flexion que l'échantillon 1F14 dont l'épaisseur était de 2.33 mm. La concordance des résultats numériques, dont l'épaisseur du laminé est de 2.36 mm, avec les résultats expérimentaux de l'échantillon 1F14 démontre que le modèle utilisé représente correctement l'essai de flexion 4-point utilisé lors de l'étude en fatigue [43].

4.4.1 Valeurs du fléchissement des stratifiés A et B

Le fléchissement des stratifiés A et B a été calculé à partir des trois logiciels d'analyse d'éléments finis avec les modèles 2D et 3D. Tel que présenté aux tableaux 4.6

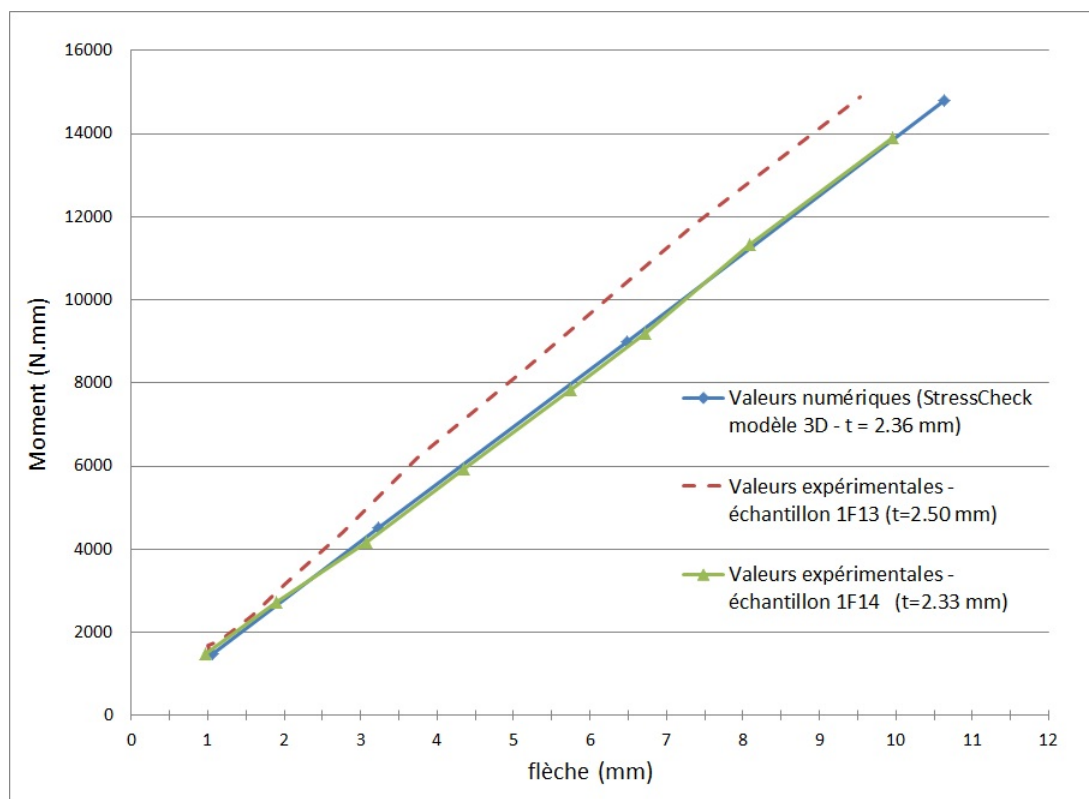


FIGURE 4.11: Fléchissement du stratifié $[(0/90)_4]_s$ soumis à essai de flexion 4-point. Comparaison des valeurs numériques obtenues du modèle 3D StressCheck et de résultats expérimentaux [43]

et 4.7, la valeur du fléchissement évalué à la moitié du spécimen ($x = 50$) pour l'ensemble des logiciels étudiés et selon le type de modèle (2D et 3D) sont du même ordre avec une variation inférieure à 4%. La séquence de drapage du stratifié A comporte plus de plis orientés à 0° que le stratifié B, ce qui produit une rigidité supérieure au stratifié A et un plus grand fléchissement du stratifié B pour la même charge.

4.5 Comparaison des valeurs numériques du champ de contraintes dans le plan des stratifiés A et B calculées à partir des logiciels évalués

Afin d'évaluer les trois logiciels ainsi que les types de modèles utilisés, les résultats numériques pour les champs de contraintes dans le plan, calculés pour les stratifiés A et B, ont été comparés. Aux fins de comparaison, les résultats numériques ont été extraits au même endroit pour chaque modèle soit au milieu du modèle loin des points

TABLE 4.6: Fléchissement maximal du stratifié A (mm) - valeurs obtenues pour l'ensemble des logiciels évalués

fléchissement - stratifié A (mm)									
PATRAN/NASTRAN			ANSYS			StressCheck		Expérimentale	
2D	3D-uni	3D-multi	2D	3D-I	3D-II	2D	3D	1F13	1F14
-1.07	-1.05	-1.05	-1.07	-1.08	-1.07	-1.04	-1.06	-1.01	-1.06

TABLE 4.7: Fléchissement maximal du stratifié B (mm) - valeurs obtenues pour l'ensemble des logiciels évalués

fléchissement - stratifié B (mm)							
PATRAN/NASTRAN			ANSYS			StressCheck	
2D	3D-uni	3D-multi	2D	3D-I	3D-II	2D	3D
-1.18	-1.15	-1.17	-1.18	-1.19	-1.17	-1.16	-1.17

de charge à travers l'épaisseur du stratifié, tel qu'illustre la figure 4.12.

Les champs de contraintes des stratifiés A et B obtenus à partir des trois logiciels pour les modèles en 2D et 3D étaient équivalents, avec une différence entre les valeurs inférieures à 1 %. Les valeurs présentées aux tableaux 4.8 et 4.9 correspondent à la contrainte longitudinale σ_x au centre de chaque pli. Les valeurs de la contrainte transversale σ_y et en cisaillement τ_{xy} sont listées en annexe B et montre le même comportement avec une variation entre les résultats obtenus des différents logiciels inférieure à 1 %. Les résultats présentés montrent une concordance entre les logiciels pour ce qui est des valeurs des contraintes dans le plan. De ce fait, les résultats numériques utilisés pour la suite de ce chapitre seront extraits à partir du modèle 3D du logiciel StressCheck.

4.6 Comparaison des valeurs numériques aux valeurs analytiques des contraintes dans le plan des stratifiés A et B

Les valeurs numériques du champ de contraintes dans le plan ont été comparées aux contraintes obtenues par calculs analytiques. Seulement les résultats numériques

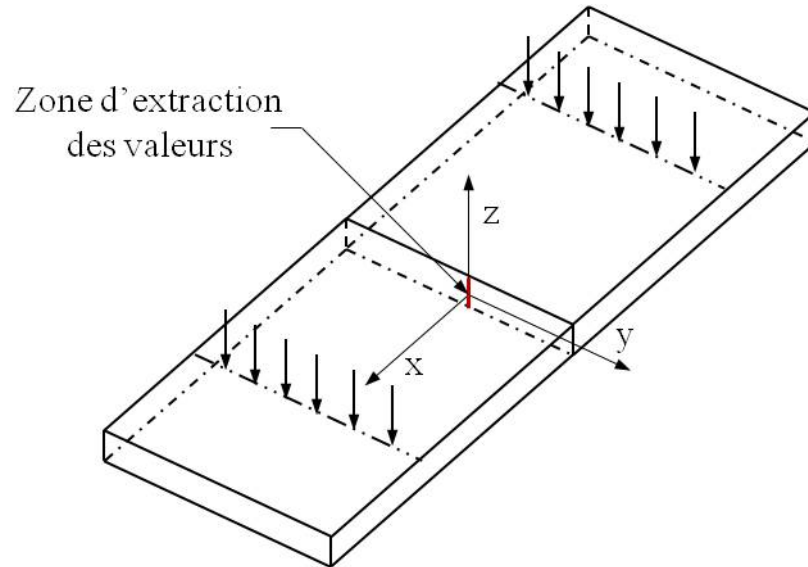


FIGURE 4.12: Zone d'extraction des valeurs de la contrainte selon l'épaisseur du stratifié

obtenus à partir du modèle 3D de StressCheck ont été utilisés parce que, comme vue en section 4.5, les valeurs numériques des contraintes dans le plan étaient équivalentes pour l'ensemble des modèles. Les valeurs numériques ont été extraites au milieu du modèle loin des points de charge, tel qu'illustre la figure 4.12.

4.6.1 Comparaison des valeurs numériques et analytiques du champ de contrainte dans le plan du stratifié A

Les valeurs analytiques et numériques de la contrainte longitudinale, σ_x , et transversale, σ_y , obtenues sont illustrées en figure 4.9. À noter l'absence de la contrainte de cisaillement τ_{xy} dont la valeur est nulle pour le stratifié A. On observe que les valeurs numériques correspondaient aux valeurs obtenues par les calculs analytiques, démontrés en annexe A. La concordance des résultats était prévue comme les modules de composite utilisent la théorie classique des stratifiés. Pour le calcul analytique, on assume que l'application du chargement 4-point correspond à un moment équivalent M_x , la concordance des résultats montre que cette hypothèse était exacte pour le stratifié A.

TABLE 4.8: Contraintes longitudinales (σ_x) selon la moitié de l'épaisseur du stratifié A

pli	angle (degré)	Contraintes longitudinales σ_x (MPa)							
		PATRAN/NASTRAN			ANSYS			StressCheck	
		2D	3D-uni	3D-multi	2D	3D-I	3D-II	2D	3D
1	0	-152.86	-152.90	-153.00	-152.86	-152.89	-152.83	-152.90	-152.90
2	90	-7.01	-6.95	-7.02	-7.01	-7.08	-7.03	-7.02	-6.99
3	0	-112.10	-112.10	-112.00	-112.10	-112.24	-112.20	-112.10	-112.10
4	90	-4.86	-4.81	-4.86	-4.86	-4.87	-4.83	-4.86	-4.84
5	0	-71.34	-71.35	-71.30	-70.42	-70.55	-70.51	-71.35	-71.35
6	90	-2.70	-2.67	-2.70	-2.70	-2.71	-2.69	-2.70	-2.69
7	0	-30.57	-30.58	-30.60	-30.57	-30.68	-30.60	-30.58	-30.58
8	90	-0.54	-0.53	-0.54	-0.54	-0.53	-0.56	-0.54	-0.54

4.6.2 Comparaison des valeurs numériques et analytiques du champ de contrainte dans le plan du stratifié B

Pour le stratifié B, bien que les valeurs numériques du champ de contraintes s'approchent des valeurs analytiques, tel qu'illustrent la figure 4.13 (a) et les figures B.1 (a) et B.2 (a) en annexe B, les résultats numériques diffèrent des résultats analytiques. La différence entre les valeurs montre que l'hypothèse voulant que la charge appliquée au centre du spécimen testé à partir d'un test de flexion 4- point correspond à un moment pure est incorrecte. Dans le cas du stratifié B, un état de charge interne est généré en fonction de l'orientation des renforts, tel que discuté dans la section suivante.

4.7 Couple interne (M_{xy}) produit pour un laminé à angle soumis à un essai de flexion 4-point

La différence entre les valeurs numériques et analytiques des contraintes dans le plan du stratifié B est causée par la déformation en torsion du stratifié en flexion.

TABLE 4.9: Contraintes longitudinales (σ_x) selon la moitié de l'épaisseur du stratifié B

pli	angle (degré)	Contraintes longitudinales σ_x (MPa)							
		PATRAN/NASTRAN			ANSYS			StressCheck	
		2D	3D	3D Multi	2D	3D-I	3D-II	2D	3D
1	0	-167.83	-167.90	-167.30	-167.88	167.20	167.23	-167.80	-168.50
2	90	-7.58	-7.51	-7.60	-7.58	-7.66	-7.66	-7.65	-7.63
3	0	-123.07	-123.20	-123.50	-123.69	-124.15	-124.25	-123.10	-123.60
4	90	-5.25	-5.20	-5.27	-5.25	-5.26	-5.26	-5.27	-5.29
5	45	-20.54	-20.65	-20.61	-20.60	-20.46	-20.56	-20.63	-20.60
6	-45	-15.93	-15.85	-15.66	-15.92	-15.95	-15.97	-15.84	-15.95
7	45	-8.80	-8.88	-8.80	-8.82	-9.11	-9.01	-8.95	-8.85
8	-45	-3.19	-3.17	-3.14	-3.22	-3.25	-3.20	-3.25	-3.21

Les conditions frontière du modèle numérique contraignent cette torsion, ce qui crée un couple interne et explique la différence entre les valeurs. À partir des résultats numériques de la déformation du stratifié, les valeurs des courbures du plan médian ont été calculées. Ces valeurs, listées en table 4.10, montrent une valeur de κ_{xy} négligeable produite par la limitation des conditions frontière du modèle de flexion 4-point.

Afin d'obtenir ces valeurs des courbures du plan médian, l'ajout d'un couple équivalent M_{xy} , correspondant au couple interne produit par la torsion et les conditions frontière du modèle numérique, a été utilisé pour le calcul analytique. À partir de l'équation 4.3, un couple M_{xy} de 1.21 N a été ajouté pour obtenir l'équation 4.4. La valeur du couple équivalent M_{xy} a été définie par essais et erreurs afin que les valeurs des courbures du plan médian correspondent aux valeurs présentées en table 4.10. Par l'ajout du couple équivalent M_{xy} , l'ensemble des valeurs des contraintes dans le plan σ_x , σ_y et τ_{xy} du modèle numérique correspond aux valeurs analytiques. tel qu'illustre la figure 4.14 et les figures B.1 (b) et B.2 (b) en annexe B.

TABLE 4.10: Valeurs des courbures du plan médian du stratifié B- valeurs calculées à partir des résultats numériques

déformation et courbure	stratifié B [[0/90) ₂ (±45) ₂] _s
ϵ_x^0	0
ϵ_y^0	0
γ_{xy}^0	0
κ_x	0.00100 mm^{-1}
κ_y	0.00010 mm^{-1}
κ_{xy}	-0.00005 mm^{-1}

$$\begin{pmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 93.07 N \\ 0 \\ 1.21 N \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 146 & 338 & 45 & 640 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 45 & 640 & 146 & 338 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 50 & 349 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 93 & 315 & 6959 & 1834 & \\ 0 & 0 & 0 & 6959 & 73 & 394 & 1834 & \\ 0 & 0 & 0 & 1834 & 1834 & 9148 & & \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

4.8 Avantages et limitations des logiciels évalués

Bien que l'ensemble des logiciels évalués ont permis d'obtenir des résultats équivalents pour la déformation et la contrainte dans le plan, chacun des logiciels comportait des avantages et limitations.

4.8.1 Le module composite du logiciel ANSYS

Le module composite du logiciel ANSYS, en plus de définir les propriétés mécaniques du matériau, permet de définir les coefficients thermiques d'expansion du matériau ainsi que les critères de rupture du stratifié. Le module de composite ANSYS permet également d'obtenir les valeurs de la matrice de rigidité des plis et du stratifié.

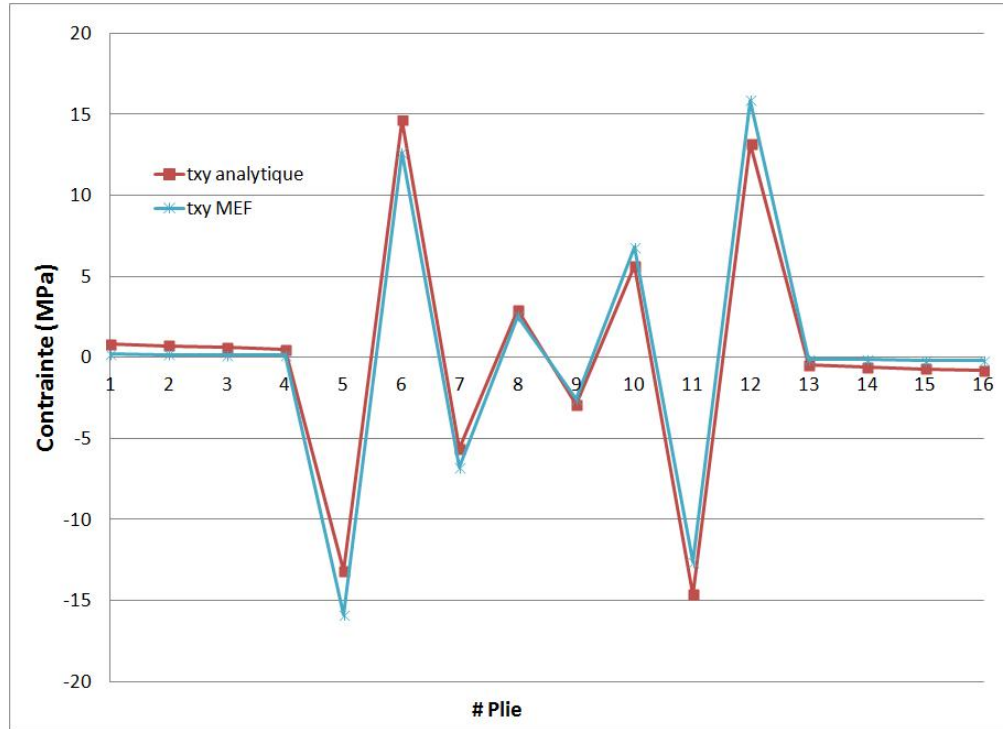


FIGURE 4.13: Contrainte de cisaillement dans le plan (τ_{xy}) - Stratifié B - Valeurs analytiques calculées à partir du moment équivalent M_x

L'orientation des plis du stratifié peut être vérifiée visuellement où l'angle du renfort est associé à une couleur respective. Les valeurs de déformation ou contrainte peuvent être évaluées à n'importe quelle localisation dans le modèle et les résultats obtenus sont définis selon l'orientation du matériel. Le module composite d'ANSYS comporte des limitations pour la modélisation en 3 dimensions. Comme le module ne permet que l'importation d'éléments de surfaces, ceux-ci doivent être extrudés dans le module composite en élément 3D. Cette limitation permet donc seulement la modélisation de géométrie de surface. Afin de pouvoir modéliser une géométrie 3D, la modélisation doit être effectuée sans le module composite (voir section 4.1.2.3). Comme chaque pli doit être défini géométriquement et que les propriétés de chaque pli doivent être assignées individuellement, cette approche comporte un haut taux d'erreur particulièrement pour les stratifiés comportant plusieurs plis.

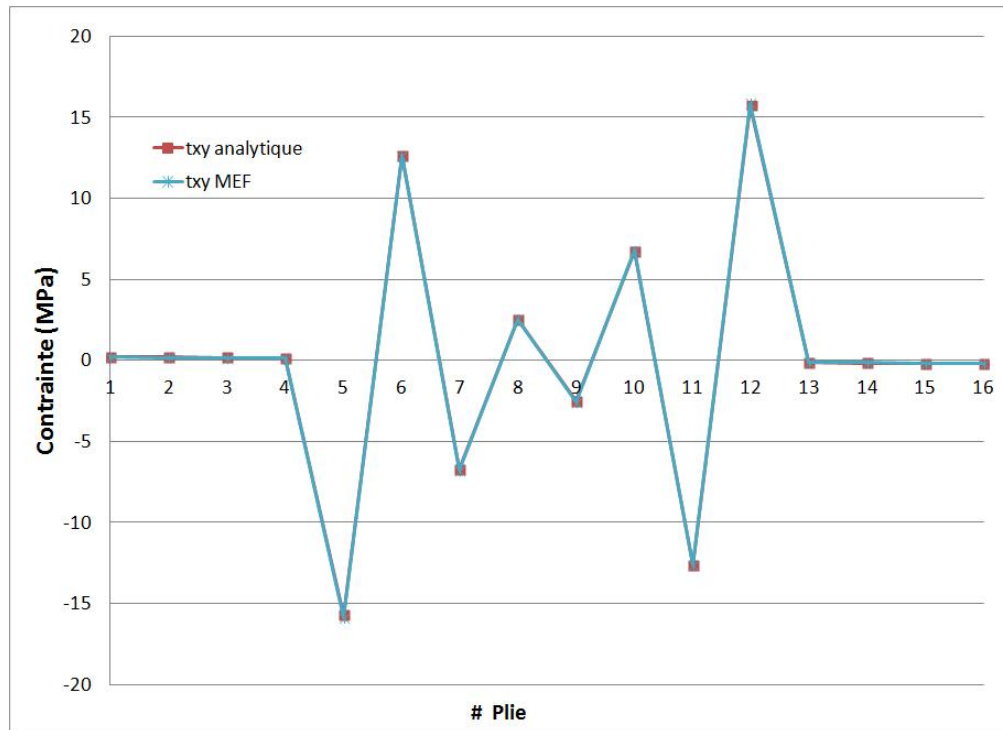


FIGURE 4.14: Contrainte de cisaillement dans le plan (τ_{xy}) - Stratifié B- Valeurs analytiques calculées à partir des moments équivalents M_x et M_{xy}

4.8.2 Le module composite du logiciel PATRAN

Le module composite de PATRAN intégré au logiciel permet de définir les propriétés du matériau incluant les critères de rupture. Le module de composite permet d'obtenir les propriétés du stratifié en forme de la matrice de rigidité et la modélisation en 3D à partir de géométrie solide. Toutefois, le modèle est défini selon 1 élément d'épaisseur, ce qui ne permet pas d'analyser la déformation et la contrainte interlaminaire entre chaque pli. Afin de pouvoir définir chaque pli du stratifié par un ou plusieurs éléments, chaque pli doit être représenté graphiquement. L'extraction des valeurs numériques doit être effectuée selon la géométrie du modèle (points, rebords, nœuds) et les résultats de la déformation et de la contrainte peuvent être extraits selon le système d'orientation global ou selon l'orientation des renforts de chaque pli.

4.8.3 Le module composite du logiciel StressCheck

Le module composite StressCheck permet d'assigner les propriétés mécaniques ainsi que les coefficients thermiques d'expansion, mais ne permet pas de définir les critères de rupture du stratifié ou d'obtenir les propriétés du stratifié (matrice de rigidité). Le principal avantage du module composite StressCheck est la modélisation en 3 dimensions à partir de géométrie solide où chaque pli peut être défini par un ou plusieurs éléments et où, tel qu'illustre la figure 4.6 (b), l'orientation des renforts de chaque pli peut être visuellement vérifiée. L'extraction des valeurs doit être définie selon la géométrie du modèle (points, nœuds, rebords, surface, etc.) et les résultats de la déformation et de la contrainte peuvent être obtenus selon le système d'orientation global ou selon l'orientation des renforts de chaque pli (orientation du matériel).

4.9 Sommaire

Une étude comparative de l'analyse numérique à partir de trois logiciels d'analyse par éléments finis d'un stratifié carbone-époxy soumis à un essai de flexion 4-point a été présentée dans ce chapitre. La validation du modèle a été effectuée en comparant les valeurs numériques du fléchissement avec les valeurs expérimentales pour le même stratifié. Les résultats numériques obtenus pour le champ de contraintes dans le plan σ_x , σ_y et τ_{xy} ainsi que pour le fléchissement des stratifiés A et B soumis à un test de flexion 4-point étaient pratiquement équivalents pour les modèles en 2D et en 3D et ce pour tous les logiciels étudiés.

La comparaison des résultats numériques aux résultats analytiques pour le champ de contrainte a démontré une équivalence pour le stratifié A calculé à partir d'un moment équivalent M_x . Toutefois, pour le stratifié B, les valeurs numériques ne correspondaient pas aux valeurs analytiques, la différence étant causée par les renforts disposés à angle qui induisaient une torsion dans le stratifié sous un chargement en flexion. Comme les conditions frontière du modèle numérique ne permettaient pas un déplacement selon l'axe des z , un couple interne a été produit dans le stratifié. En ajoutant un couple équivalent lors du calcul analytique, les valeurs obtenues s'accor-

daient avec les valeurs numériques.

Bien que l'ensemble des logiciels évalués ont permis d'obtenir des résultats équivalents pour la déformation et la contrainte dans le plan, chacun des logiciels comportait des avantages et limitations.

Enfin, bien que les modèles en 2D produisent de bons résultats pour les contraintes dans le plan σ_x , σ_y et τ_{xy} , ils ne permettent pas d'obtenir la déformation hors plan ϵ_z , γ_{yz} et γ_{xz} . Afin d'obtenir la déformation hors plan et ainsi calculer les contraintes hors plan σ_z , τ_{yz} et τ_{xz} aux rebords, la modélisation en 3D où chaque pli est défini par un ou plusieurs éléments d'épaisseur est nécessaire. Dans le chapitre suivant, une étude numérique du champ de contrainte interlaminaire sera effectuée afin d'évaluer la capacité des trois logiciels à prédire la contrainte hors plan.

Contraintes interlaminaires aux rebords d'un stratifié en tension

Le chapitre précédent a démontré la capacité des trois logiciels à calculer la contrainte dans le plan d'un stratifié. Le but de l'étude présentée dans le présent chapitre était de calculer les contraintes hors plan d'un stratifié et de comparer les résultats obtenus à partir des trois logiciels. Pour ce faire, l'analyse d'un stratifié $[0^\circ/90^\circ]_s$ et un stratifié $[\pm 45^\circ]_s$ soumis à une charge longitudinale en tension a été effectuée. Les objectifs de l'étude étaient :

1. De calculer la contrainte interlaminaire aux rebords d'un stratifié par analyse numérique à partir des trois logiciels.
2. De comparer les résultats obtenus des trois logiciels.
3. De valider les modèles en comparant les résultats obtenus aux résultats de Pipes et Pagano [8].
4. D'évaluer l'influence de l'orientation des renforts sur la contrainte interlaminaire aux rebords des stratifiés.

Les sections du chapitre comprennent la description des modèles 3D des stratifiés, les résultats numériques, l'étude de convergence et la comparaison des contraintes interlaminaires selon le type de stratifié.

5.1 Description du modèle et caractéristiques des stratifiés

Le modèle utilisé pour l'analyse a été défini afin de correspondre au modèle utilisé par Pipes et Pagano lors de leur étude sur l'effet de rebord [8]. Le modèle utilisé par Pipes et Pagano, illustré en figure 5.1, représente un stratifié composé de 4 plis dont les dimensions correspondaient à un ratio de $b/h_o = 8$ (où h_o est l'épaisseur d'un pli et $2b$ est la largeur du stratifié). Deux stratifiés ont été étudiés soient un stratifié $[0/90]_s$, tel qu'illustre la figure 5.2 (a) et un stratifié $[\pm 45]_s$, tel qu'illustre la figure

5.2 (b). Les dimensions du modèle utilisé pour l'analyse sont présentées au tableau 5.1.

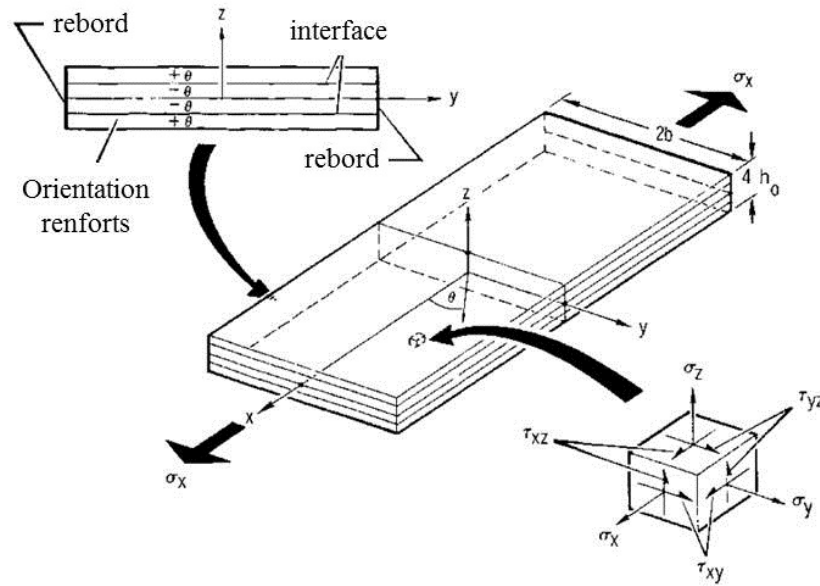


FIGURE 5.1: Modèle d'un stratifié en tension utilisé par Pipes et Pagano [8]

TABLE 5.1: Géométrie du modèle - dimensions correspondant à un ratio de $b/h_o = 8$

Longueur	100 mm
h_o	0.25 mm
b	2 mm

5.1.1 Propriétés du matériau et caractéristiques des stratifiés

Les propriétés du matériau utilisé pour l'analyse correspondaient au préimprégné graphite-époxy à haut module utilisé par Pipes et Pagano [8] et Whitcomb et al. [10] lors de leurs études. Les propriétés mécaniques du matériau sont présentées au tableau 5.2. Aux fins d'analyse, les propriétés étaient constantes sans variation en fonction de la température ou de l'humidité ambiante.

TABLE 5.2: Propriétés du préimprégné graphite-époxy à haut module [8]

E_{11}	137.90 GPa
$E_{22} = E_{33}$	14.48 GPa
$G_{12} = G_{23} = G_{13}$	5.86 GPa
$\nu_{12}, \nu_{23}, \nu_{13}$	0.21

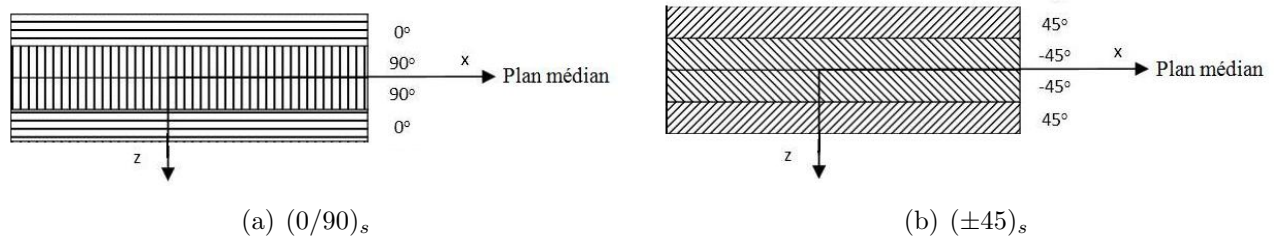


FIGURE 5.2: Séquence de drapage des stratifiés

5.1.2 Modélisation du stratifié - type d'élément et maillage

Afin d'analyser les contraintes interlaminaires aux rebords d'un stratifié, les contraintes hors plan de chaque pli doivent être calculées. Pour ce faire, le stratifié doit être représenté à partir d'un modèle tridimensionnel où chaque pli est défini par un ou plusieurs éléments.

5.1.2.1 Description de la modélisation des stratifiés à partir du logiciel ANSYS

La modélisation 3D en ANSYS (ANSYS 3D-II) a été effectuée sans le module composite ACP. Trois modèles composés d'éléments hexaèdres avec fonction polynomiale quadratique ont été utilisés lors de l'analyse. Le nombre d'éléments selon la largeur et l'épaisseur du stratifié ainsi que le degré de liberté (DDL) de chacun des modèles sont listés au tableau 5.3. Tous les modèles comptaient 50 éléments en longueur avec une concentration de 10 éléments au centre du modèle. La figure 5.3 montre un exemple de maillage où on observe une concentration d'éléments près des rebords où les contraintes interlaminaires étaient maximales.

TABLE 5.3: Paramètres des modèles du logiciel ANSYS

Type de maillage	Nbr. d'éléments selon la direction transversale	Nbr. d'éléments selon l'épaisseur de chaque pli	DDL
Maillage grossier	60	5	797 838
Maillage moyen	75	5	871 152
Maillage fin	75	10	2 536 653

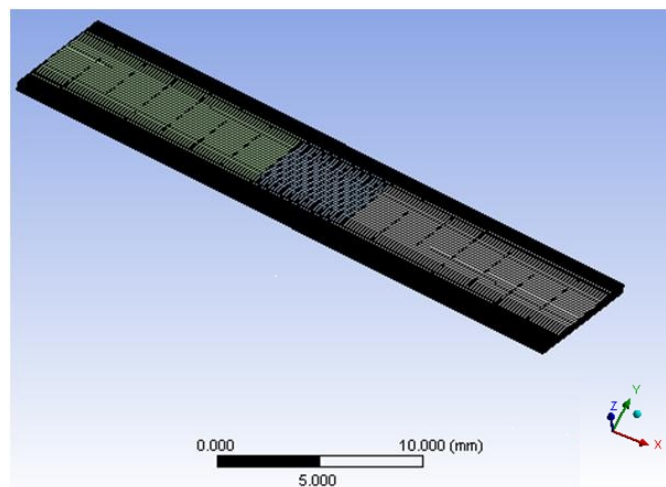


FIGURE 5.3: Modèle ANSYS 3D-II

5.1.2.2 Description de la modélisation des stratifiés à partir du logiciel PATRAN/NASTRAN

La modélisation en PATRAN/NASTRAN a été effectuée selon la méthode 3D-multi, telle que décrite en section 4.1.2.1, où chaque pli du stratifié était défini individuellement. Un seul modèle, correspondant au modèle "maillage fin" d'ANSYS, a été utilisé pour l'analyse. Le modèle était composé d'éléments hexaèdres de fonction linéaire et le maillage était de 10 éléments pour l'épaisseur de chaque pli, 75 éléments selon la direction transversale et 50 éléments en longueur. La figure 5.4 illustre la partie centrale du modèle où on observe une concentration d'éléments près des rebords.

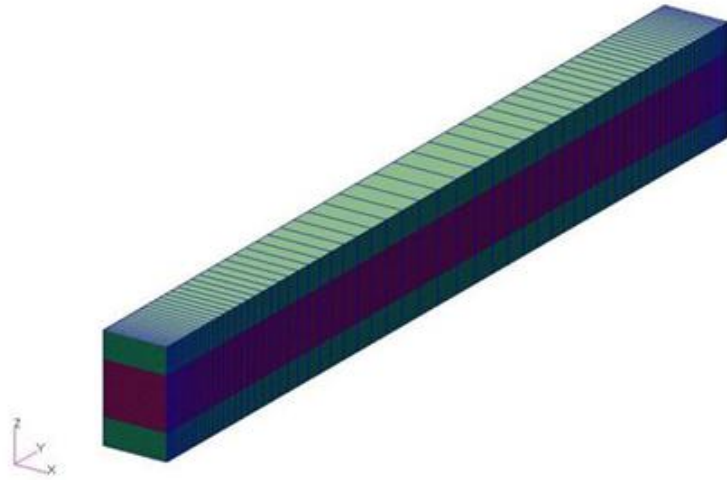


FIGURE 5.4: Section centrale du modèle 3D-multi PATRAN/NASTRAN

5.1.2.3 Description de la modélisation des stratifiés à partir du logiciel StressCheck

Le maillage des modèles du logiciel StressCheck diffère du maillage des modèles ANSYS et PATRAN/NASTRAN. StressCheck utilise la méthode-P dont les éléments de degré polynomial sont variables (jusqu'à l'ordre 8). L'utilisation de ce type d'élément permet l'utilisation de moins d'éléments comparativement aux logiciels utilisant des éléments d'ordre linéaire et quadratique tel que PATRAN/NASTRAN et ANSYS, respectivement. Quatre modèles composés d'éléments hexaèdres et de fonctions polynomiales de degré 5 à 8 ont été utilisés pour l'analyse. Tous les modèles sont composés de 10 éléments en longueur et 22 éléments en largeur avec une concentration d'éléments près des rebords, tel qu'illustre la figure 5.5. Le degré polynomial, le nombre d'éléments par pli ainsi que le degré de liberté (DDL) des modèles sont listés au tableau 5.4.

5.1.3 Conditions frontière et paramètres d'analyses

Une charge axiale en tension a été appliquée selon l'axe des x à la face YZ des modèles afin d'obtenir une déformation longitudinale ϵ_x égale à 0.001 pour les stratifiés respectifs. Pour le stratifié $[0/90]_s$ la charge était de 306 N et pour le stratifié $[\pm 45]_s$ la charge était de 82 N. Une condition frontière fixe en déplacement selon les axes x ,

TABLE 5.4: Paramètres des modèles du logiciel StressCheck

Type de maillage	Nbr. d'éléments selon l'épaisseur de chaque pli	DDL
P-5	2	74 001
P-6	2	116 993
P-7	2	176 189
P-8	2	257 757
P-5	4	144 455
P-6	4	228 957
P-7	4	352 378
P-8	4	491 747
P-5	8	281 817
P-6	8	447 857
P-7	8	677 525
P-8	8	983 493
P-5	16	558 905
P-6	16	889 009
P-7	16	1 345 973
P-8	16	1 955 141

y et z a été définie sur la face opposée à la charge, tel qu'illustre la figure 5.5. Comme les modèles ont subi une faible déformation, une analyse linéaire a été effectuée. L'hypothèse que les déplacements sont faibles et qu'une analyse linéaire est adéquate a été validée au chapitre 4.

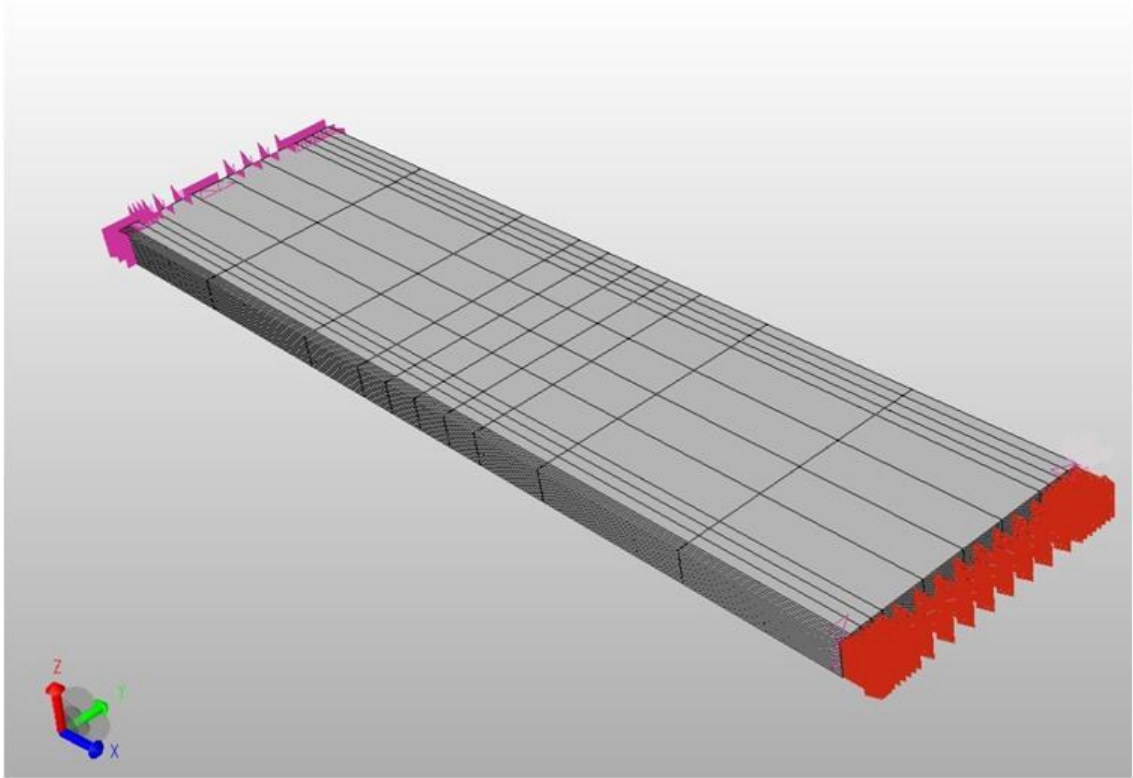


FIGURE 5.5: Modèle 3D StressCheck avec conditions frontière

5.2 Résultats préliminaires des champs de contraintes à l'interface des plis des stratifiés $[0/90]_s$ et $[\pm 45]_s$

L'analyse des stratifiés $[0/90]_s$ et $[\pm 45]_s$, à partir des modèles 3 D, a permis de calculer la contrainte dans le plan et hors plan. Les valeurs de contrainte ont été extraites en travée centrale à travers la largeur du stratifié à l'interface des plis, tel qu'illustre la figure 5.6.

5.2.1 Champ de contraintes à l'interface des plis du stratifié $[0/90]_s$

Les contraintes du stratifié $[0/90]_s$ ont été extraites à l'interface des plis de 90° et 0° . La contrainte dans le plan σ_y et les contraintes hors plan σ_z et τ_{yz} , illustrées en figure 5.7, ont été évaluées selon la moitié du stratifié, du centre à $y/b = 0$ jusqu'au rebord à $y/b = 1$. Comme les valeurs de la contrainte longitudinale σ_x étaient plus de 50 fois plus grandes que les autres contraintes, ces valeurs ne sont pas présentées à

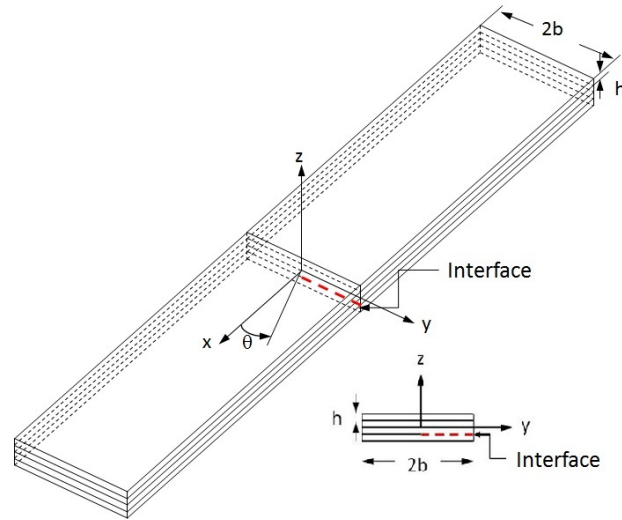


FIGURE 5.6: Zone d'extraction de la contrainte selon la largeur du stratifié à l'interface des plis

la figure 5.7 afin de pouvoir observer la variation des autres contraintes à une échelle appropriée.

Le champ de contraintes du stratifié $[0/90]_s$ montrait des valeurs constantes entre $y/b = 0$ et $y/b = 0.5$. Une transition se produit à partir de $y/b = 0.5$ qui correspondait à la distance du rebord égale à l'épaisseur du stratifié. Les valeurs de la contrainte dans le plan σ_y et τ_{xy} , dans la région entre $y/b = 0$ et $y/b = 0.5$, correspondaient aux valeurs analytiques calculées selon la théorie classique des stratifiés. À l'extérieur de cette région, la variation des contraintes dans le plan ne peut être calculée correctement par la théorie classique des stratifiés. Comme il n'y a pas de plis à angle dans le stratifié, il n'y avait pas de contrainte de cisaillement dans le plan τ_{xy} . Parce qu'aucune charge externe transversale n'est appliquée au stratifié, la valeur de la contrainte σ_y était nulle au rebord à $y/b = 1$. Les valeurs des contraintes hors plan σ_z et τ_{yz} sont zéro entre $y/b = 0$ et $y/b = 0.5$ et augmentent pour atteindre leurs valeurs maximales à l'approche du rebord et retournent ensuite à zéro au rebord. Le stratifié bidirectionnel $[0/90]_s$ ne comporte pas de contrainte de cisaillement τ_{xz} , parce que la contrainte de cisaillement τ_{xz} est produite par la variation de la contrainte de cisaillement τ_{xy} , comme discuté en section 3.3.

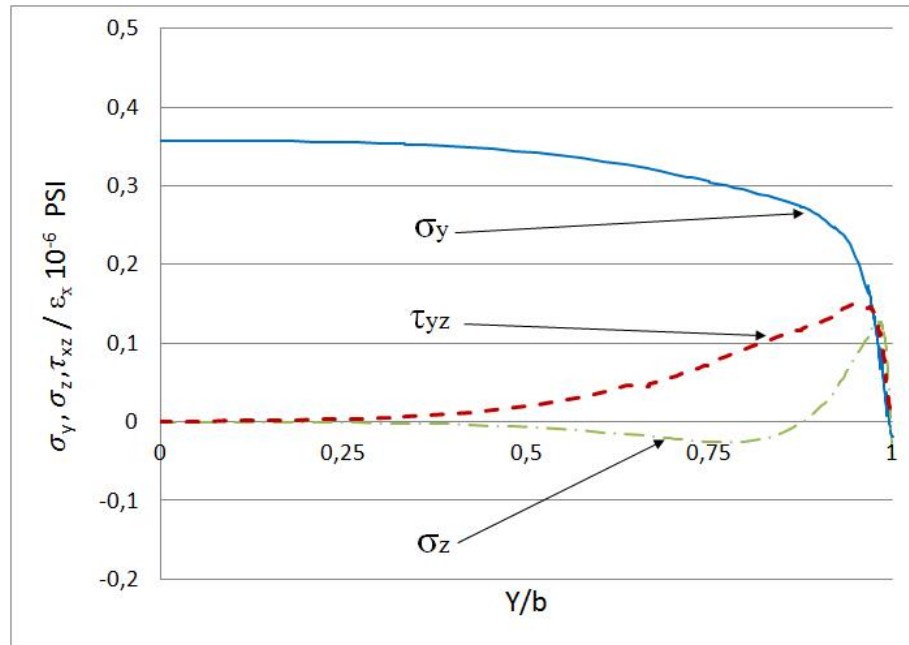


FIGURE 5.7: Valeurs numériques du champ de contraintes à l'interface des plis de 90° et 0° du stratifié $[0/90]_s$ - valeurs obtenues par l'analyse du modèle 3D de 8 éléments/pli du logiciel StressCheck

5.2.2 Champ de contraintes à l'interface des plis du stratifié $[\pm 45]_s$

Les contraintes du stratifié $[\pm 45]_s$ ont été extraites à l'interface des plis de $+45^\circ$ et -45° . Les champs de contraintes dans le plan et hors plan, illustrés en figure 5.8, ont été évalués selon la moitié du stratifié, du centre ($y/b = 0$) jusqu'au rebord ($y/b = 1$).

L'ensemble des contraintes montre des valeurs constantes entre $y/b = 0$ et $y/b = 0.5$. Comme pour le stratifié $[0/90]_s$, une transition se produit due à l'effet de rebord à partir d'une distance égale à l'épaisseur du stratifié, soit $y/b = 0.5$ ou à 1 mm du rebord.

Les valeurs de la contrainte dans le plan σ_x , σ_y et τ_{xy} , dans la région entre $y/b = 0$ et $y/b = 0.5$, correspondaient aux valeurs analytiques obtenues selon la théorie classique des stratifiés. Comme aucune charge externe transversale ou en cisaillement n'est appliquée au stratifié, la contrainte transversale et de cisaillement dans le plan σ_y et τ_{xy} étaient nulles au rebord à $y/b = 1$. Les valeurs des contraintes hors plan σ_z , τ_{yz} et τ_{xz} étaient zéro entre $y/b = 0$ et $y/b = 0.5$ et augmentaient à $y/b = 0.5$ pour atteindre leurs valeurs maximales à l'approche du rebord. La contrainte de cisaillement

maximale τ_{xz} était 10 fois plus grande des contraintes σ_z et τ_{yz} .

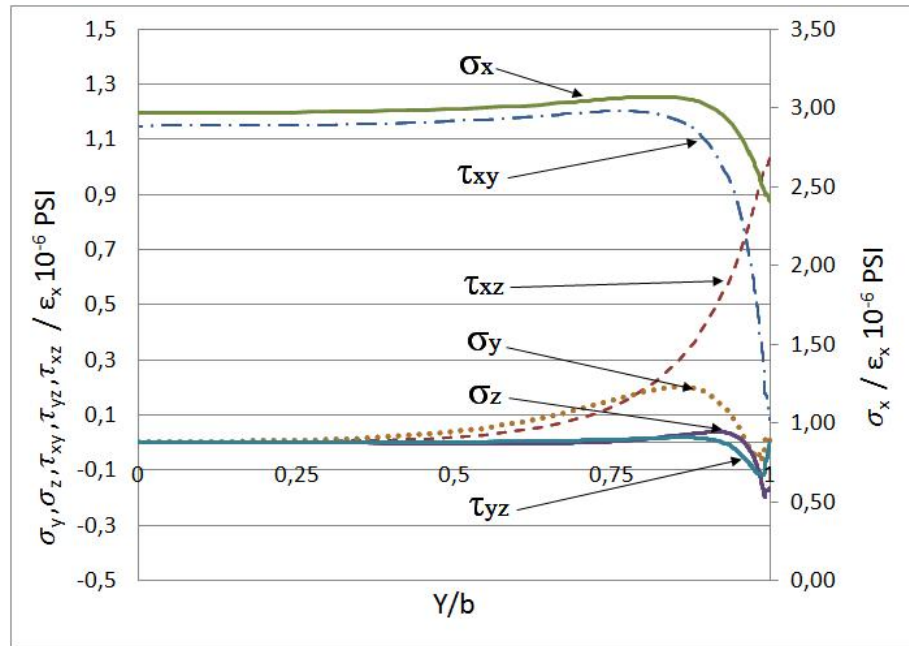


FIGURE 5.8: Valeurs numériques du champ de contraintes à l'interface des plis de $\pm 45^\circ$ du stratifié $[\pm 45]_s$ - valeurs obtenues par l'analyse du modèle 3D de 8 éléments/pli du logiciel StressCheck

5.2.3 Comparaison des résultats de la contrainte à l'interface des plis du stratifié $[\pm 45]_s$

Afin de valider l'ensemble des résultats numériques obtenus, les valeurs de la contrainte du stratifié $[\pm 45]_s$ ont été comparées aux valeurs publiées par R.B. Pipes et N.J. Pagano [8]. Les valeurs de la contrainte du stratifié $[\pm 45]_s$, présentées à la figure 5.8, ont été converties en psi et divisées par la déformation longitudinale ϵ_x afin de comparer les résultats avec les valeurs publiées et illustrées en figure 5.9.

On observe, dans les deux figures, que les valeurs des contraintes sont constantes et équivalentes dans la région entre $y/b = 0$ et $y/b = 0,5$. Dans les deux graphiques à $y/b = 0,5$, on observe la variation des contraintes dans le plan σ_x et τ_{xy} et l'apparition des contraintes hors plan τ_{xz} . Les valeurs des contraintes obtenues par l'analyse correspondaient aux valeurs obtenues par R.B Pipes et N.J. Pagano [8]. Toutefois, la valeur de la contrainte τ_{xz} au rebord était 30% inférieure à leurs valeurs. Cette différence entre les deux valeurs était causée par la présence d'une singularité.

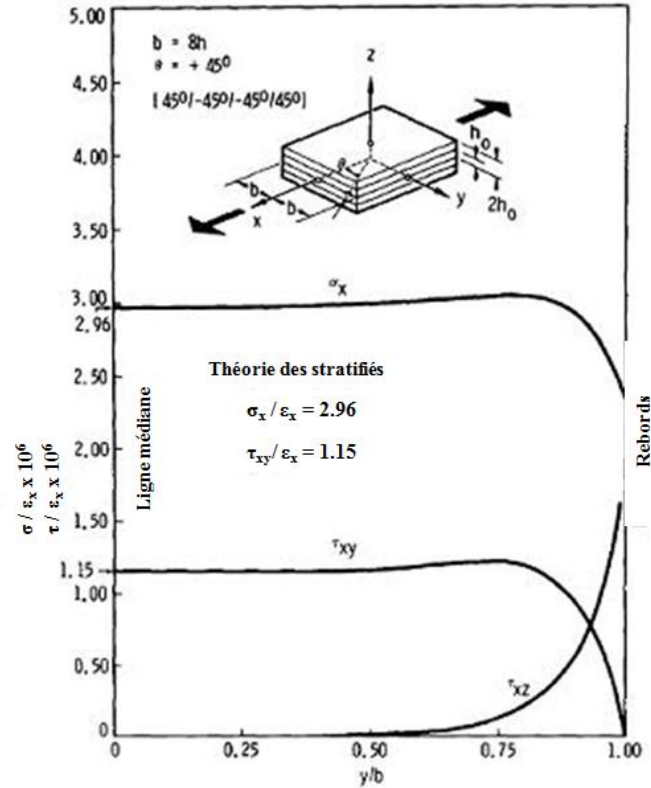


FIGURE 5.9: Champ de contraintes à l'interface des plis de $\pm 45^\circ$ du stratifié $[\pm 45]_s$ - valeurs publiées par R.B Pipes et N.J. Pagano [8]

5.2.4 Comparaison des résultats obtenus des trois logiciels étudiés

L'analyse des résultats obtenus pour la contrainte dans le plan et hors plan à partir des trois logiciels a permis de définir une concordance des résultats entre les logiciels. Toutefois, les valeurs de la contrainte interlaminaire aux rebords à l'interface des plis variaient selon le type de logiciel et du modèle utilisé. La différence entre les résultats aux rebords était produite par la présence d'une singularité. Cette singularité peut être observée en figure 5.10 où les valeurs de la contrainte interlaminaire τ_{xz} à l'interface des plis à $+45^\circ$ et à -45° du stratifié $[\pm 45]_s$ ont été obtenues à partir de 4 modèles différents. Les valeurs de la contrainte sont équivalentes dans la "zone de convergence" mais à l'approche du rebord, en zone de singularité, la valeur de la contrainte varie selon le modèle et le degré de liberté.

La singularité à l'interface des plis près des rebords a pour cause l'approche macroscopique de modélisation où chaque pli est représenté par un matériau orthotrope

et homogène. La discontinuité des propriétés mécaniques à l'interface des plis crée la singularité. Lors d'études antérieures, Whitcomb [10] a observé le même phénomène de singularité des contraintes interlaminaires aux rebords ; il a toutefois observé une convergence de la contrainte selon que les valeurs soient évaluées à une certaine distance du rebord. Cette convergence a été constatée dans la présente étude et est identifiée en figure 5.10 comme zone de convergence.

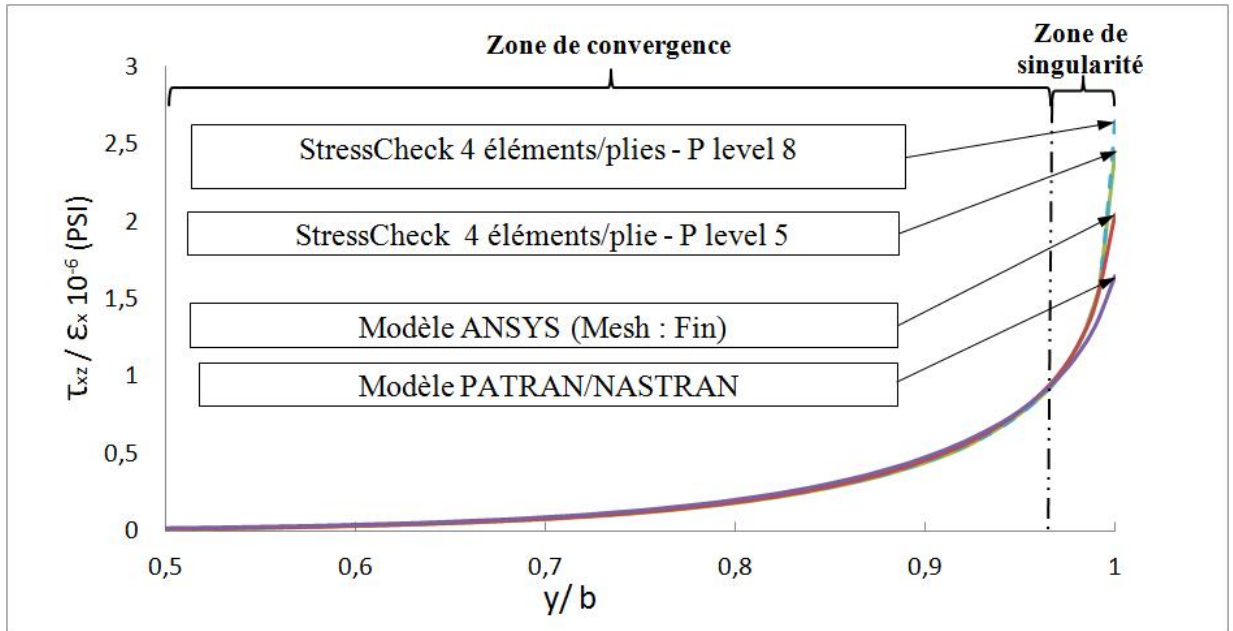


FIGURE 5.10: Contrainte interlaminaire de cisaillement (τ_{xz}) à l'interface des plis du stratifié $[\pm 45]_s$ - résultats d'analyse obtenus à partir des trois logiciels.

5.3 Étude de convergence des valeurs de la contrainte interlaminaire

Une étude de convergence a permis de déterminer la zone où les valeurs de la contrainte interlaminaire étaient équivalentes pour l'ensemble des modèles indépendamment du degré de liberté. La convergence des résultats a été évaluée en calculant la différence entre les résultats numériques de la contrainte selon le degré de liberté (DDL) du modèle. Comme montré en section 3.5, le DDL des modèles peut être augmenté en incrémentant le nombre d'éléments (méthode-h) ou la puissance de la fonction des éléments (méthode-p). Dans la présente étude, le logiciel StressCheck avec la méthode-p a été utilisée. L'approche utilisée pour définir la zone de convergence

consiste à évaluer la différence entre les valeurs de la contrainte obtenues selon le nombre d'éléments par pli et la puissance de la fonction des éléments.

Une série de modèles de 2, 4, 6 et 16 éléments par plis a été analysée. La différence en pourcentage entre la contrainte interlaminaire obtenue à partir d'un P-level 8 et un P-level 7 a été calculée selon l'équation 5.1. Les P-level 7 et 8 ont été sélectionnés parce qu'avec ce haut degré de liberté, les valeurs de la contrainte à l'interface des plis des stratifiés étaient constantes à l'exception des valeurs extraites très près des rebords, ceci permettant la définition d'une frontière distincte entre la zone de convergence et la zone de singularité.

$$\frac{[contrainte (P - level 8) - contrainte (P - level 7)]}{contrainte (P - level 8)} \times 100 \quad (5.1)$$

5.3.1 Résultats de l'étude de convergence des valeurs de la contrainte interlaminaire du stratifié $[0/90]_s$

Les figures 5.11 et 5.12 illustrent la différence entre les valeurs de la contrainte interlaminaire σ_z et τ_{yz} , respectivement, calculée selon l'équation 5.1 à l'interface des plis de 90° et 0° du stratifié $[0/90]_s$. Pour l'ensemble des modèles, à $y/b = 0.9$ ou à 0.4 mm du rebord, les valeurs de la différence obtenues pour σ_z et τ_{yz} étaient équivalentes indépendamment du DDL du modèle et étaient inférieures à 0.01%. À l'approche du rebord, à $y/b \approx 0.99$, la différence entre les valeurs de la contrainte était supérieure à 1%, démontrant une zone de singularité. La frontière entre les deux zones a été définie pour une différence entre les valeurs de $\pm 0.15\%$. Cette différence correspond au critère de convergence et est représentée dans les deux figures par deux lignes horizontales.

La localisation de la frontière de la zone de convergence variait selon le nombre d'éléments des modèles. La localisation de la frontière de convergence était située plus près du rebord pour un modèle avec plus d'éléments par pli. Par exemple, la différence pour la contrainte interlaminaire σ_z est inférieure à $\pm 0.15\%$ à $y/b = 0.987$ pour un

modèle de 16 éléments par pli et à $y/b = 0.965$ pour un modèle de 2 éléments par pli.

En utilisant un modèle de 16 éléments par pli, une zone de convergence a été déterminée à $y/b \leq 0.987$ pour les deux contraintes interlaminaires σ_z et τ_{yz} . Les différentes limites de la zone de convergence selon le nombre d'éléments par plis sont présentées au tableau 5.5.

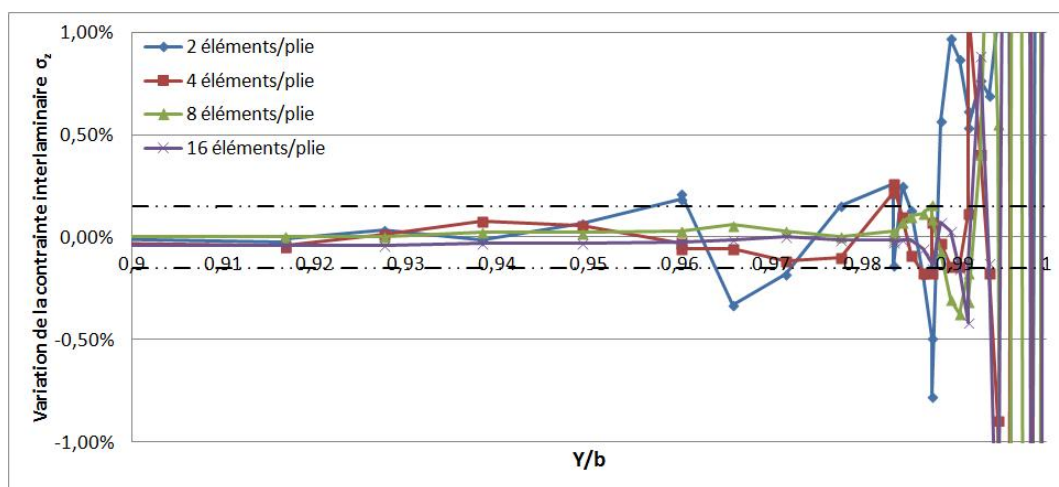


FIGURE 5.11: Résultats de l'étude de convergence - contrainte interlaminaire σ_z à l'interface des plis de 90° et 0° du stratifié $[0/90]_s$

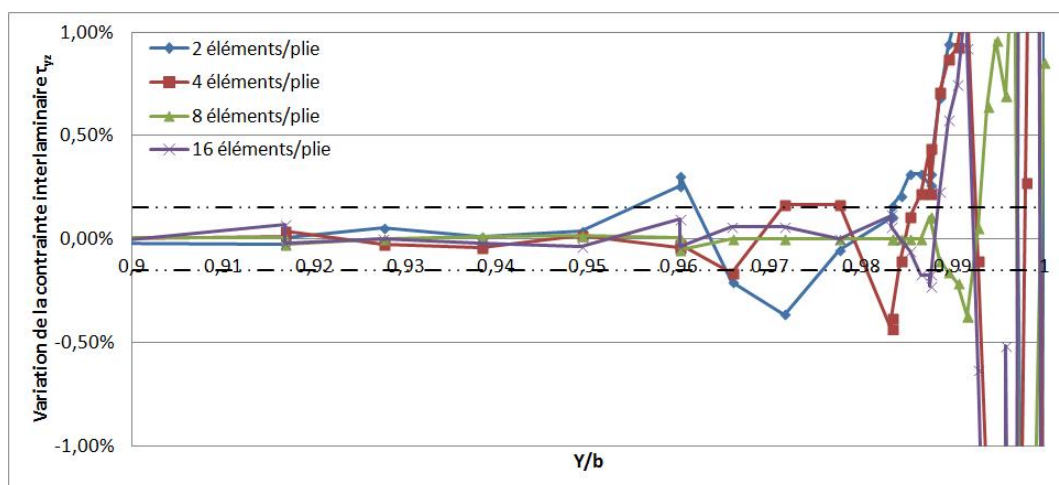


FIGURE 5.12: Résultats de l'étude de convergence - contrainte interlaminaire τ_{yz} à l'interface des plis de 90° et 0° du stratifié $[0/90]_s$

5.3.2 Résultats de l'étude de convergence des valeurs de la contrainte interlaminaire du stratifié $[\pm 45]_s$

Les figures 5.13, 5.14 et 5.15, illustrent la différence entre les valeurs de la contrainte interlaminaire normale et en cisaillement σ_z , τ_{xz} et τ_{yz} , respectivement, à l'interface des plis de $+45^\circ$ et -45° du stratifié $[\pm 45]_s$. Comme pour le stratifié $[0/90]_s$, à $y/b = 0.9$ ou à 0.4 mm du rebord, la différence entre les valeurs de la contrainte était inférieure à 0.01%. À l'approche du rebord, à $y/b \approx 0.99$, la différence de la contrainte est supérieure à 1%. Ceci montrait que, comme pour le stratifié $[0/90]_s$, on retrouvait une zone de convergence et une zone de singularité dans le modèle. La frontière entre les deux zones a été définie comme une différence entre les valeurs de la contrainte de $\pm 0.15\%$. La zone de convergence est représentée dans les figures par deux lignes horizontales.

La zone de convergence pour un modèle de 16 éléments par pli a été déterminée à $y/b \leq 0.995$ pour la contrainte interlaminaire τ_{xz} , à $y/b \leq 0.993$ pour la contrainte interlaminaire σ_z et à $y/b \leq 0.972$ pour la contrainte interlaminaire τ_{yz} . Les différentes limites de la zone de convergence selon le nombre d'éléments par plis des modèles sont présentées au tableau 5.6.

5.3.3 Comparaison des limites des zones de convergence des contraintes interlaminaire des stratifiés $[0/90]_s$ et $[\pm 45]_s$

En comparant la différence entre les valeurs de la contrainte des stratifiés $[0/90]_s$ et $[\pm 45]_s$, on observe que près du rebord, les différences pour les contraintes hors plan σ_z et τ_{xz} du stratifié $[\pm 45]_s$ sont équivalents aux différences des contraintes hors plan σ_z et τ_{yz} du stratifié $[0/90]_s$. Pour l'ensemble des modèles, la différence pour l'ensemble des contraintes était inférieure à $\pm 0.50\%$ pour la zone de convergence définie à $y/b = 0.985$. Toutefois, la différence entre les valeurs de la contrainte interlaminaire de cisaillement τ_{yz} du stratifié $[\pm 45]_s$ était supérieure à 0.50 % en zone de convergence pour les modèles de 8 éléments et moins par pli. La plus grande différence entre les valeurs de la contrainte τ_{yz} du stratifié $[\pm 45]_s$ peut s'expliquer par la discontinuité

de la contrainte aux rebords à l'interface des plis. La figure 5.16 illustre la contrainte interlaminaire τ_{yz} selon l'épaisseur du stratifié $[\pm 45]_s$ aux rebords du stratifié. On peut observer que les valeurs sont nulles à l'exception de l'interface des plis $\pm 45^\circ$ à $y/h_o=1$ où la contrainte variait de -0.8 MPa à 0.8 MPa.

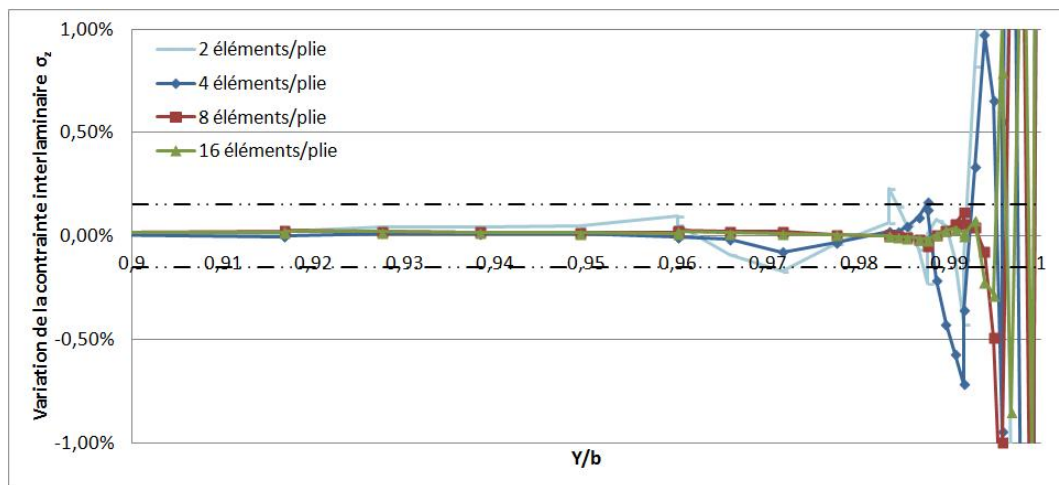


FIGURE 5.13: Résultats de l'étude convergence - contrainte interlaminaire σ_z à l'interface des plis de $\pm 45^\circ$ du stratifié $[\pm 45]_s$

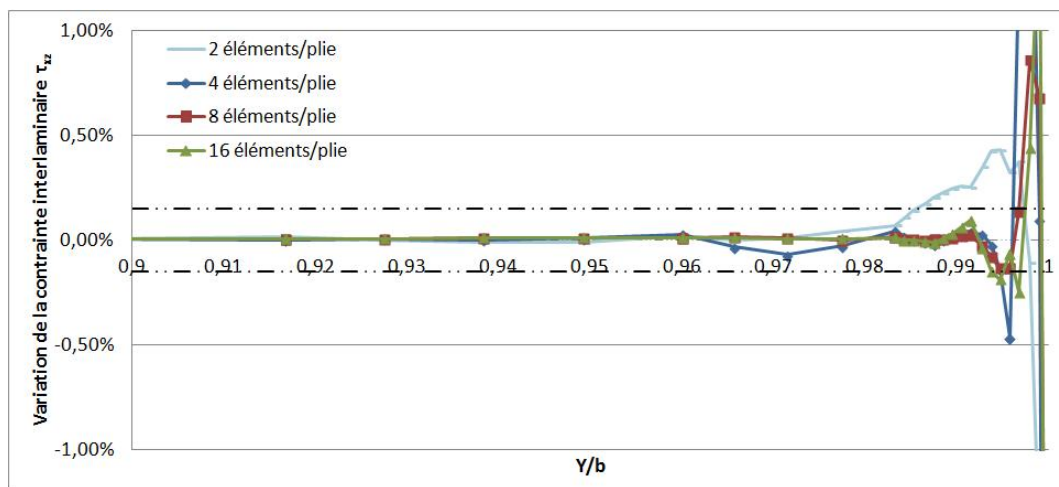


FIGURE 5.14: Résultats de l'étude de convergence - contrainte interlaminaire τ_{xz} à l'interface des plis de $\pm 45^\circ$ du stratifié $[\pm 45]_s$

Le critère de convergence utilisé a permis de déterminer avec une grande précision la zone de convergence à partir de l'analyse d'un modèle de 16 éléments par pli. Une zone de convergence commune a été déterminée à $y/b \leq 0,985$ ou à plus de 0.03 mm du

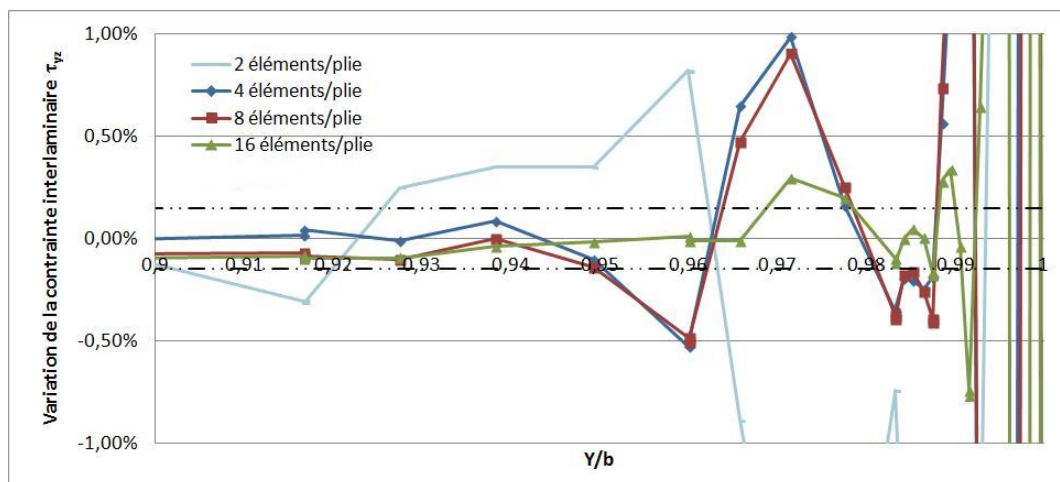


FIGURE 5.15: Résultats de l'étude de convergence - contrainte interlaminaire τ_{yz} à l'interface des plis de $\pm 45^\circ$ du stratifié $[\pm 45]_s$

rebord pour les contraintes σ_z , τ_{xz} et τ_{yz} des deux stratifiés $[0/90]_s$ et $[\pm 45]_s$. Toutefois, comme la présente étude porte sur la comparaison des contraintes interlaminaires de différents stratifiés, une telle précision n'est pas requise. Comme le temps d'analyse augmente en fonction de l'augmentation du degré de liberté du modèle, où en utilisant un ordinateur (PC) composé de biprocesseurs de 2.93 GHz et de 12 GB de mémoire vive (RAM), l'analyse d'un modèle constitué de 2 éléments/pli prend 20 minutes pour résoudre à un p-level 8 comparé à près de 18 heures pour résoudre un modèle constitué de 16 éléments/pli pour le même p-level. En augmentant le critère de convergence à 0.50 % ceci nous permet d'évaluer les contraintes à partir d'un modèle composé de 2 éléments par pli.

5.4 Contrainte interlaminaire en zone de convergence des stratifiés $[0/90]_s$ et $[\pm 45]_s$

La présence d'une singularité à l'interface des plis aux rebords des stratifiés ne permet pas d'obtenir une valeur bien définie de la contrainte interlaminaire à cet endroit. Toutefois, la contrainte peut être évaluée avec précision en zone de convergence. Les valeurs de la contrainte interlaminaire des stratifiés $[0/90]_s$ et $[\pm 45]_s$ à l'interface des plis ont été évaluées dans la zone de convergence définie à $y/b \leq 0.985$ afin d'effectuer une comparaison entre les deux stratifiés. Les contraintes hors plan sont illustrées en

TABLE 5.5: Limites de la zone de convergence des contraintes interlaminaires à l'interface des plis 0° et 90° du stratifié $[0/90]_s$

Modèle	Limite de zone de convergence	
Nbr. d'éléments selon l'épaisseur de chaque pli	contrainte τ_{yz}	contrainte σ_z
	y/b	y/b
2	0.955	0.965
4	0.985	0.985
8	0.985	0.987
16	0.987	0.987

TABLE 5.6: Limite de la zone de convergence des contraintes interlaminaires à l'interface des plis 45° et -45° du stratifié $[\pm 45]_s$

Modèles	Limite de zone de convergence		
Nbr. d'éléments selon l'épaisseur de chaque pli	contrainte τ_{xz}	contrainte σ_z	contrainte τ_{yz}
	y/b	y/b	y/b
2	0.985	0.972	0.921
4	0.993	0.985	0.951
8	0.995	0.992	0.952
16	0.995	0.993	0.972

figures 5.17 et 5.18 (a) pour les stratifiés respectifs. Les valeurs maximales en zone de convergence sont listées au tableau 5.7.

En référence à la figure 5.17, aucune contrainte interlaminaire en cisaillement τ_{xz} n'a été observée dans le stratifié $[0/90]_s$. Par contre, tel qu'illustre la figure 5.18 (a), la contrainte hors plan en cisaillement τ_{xz} dominait la contrainte interlaminaire dans le stratifié $[\pm 45]_s$. La présence de la contrainte interlaminaire débute à $y/b = 0.5$ ce qui correspond à la distance du rebord équivalent à l'épaisseur du stratifié. Ce résultat s'explique par la relation entre la contrainte de cisaillement dans le plan τ_{xy} et hors plan τ_{xz} . La contrainte en cisaillement τ_{xz} étant fonction de la variation de la contrainte de cisaillement τ_{xy} , tel que présenté en section 3.3. L'absence de contrainte

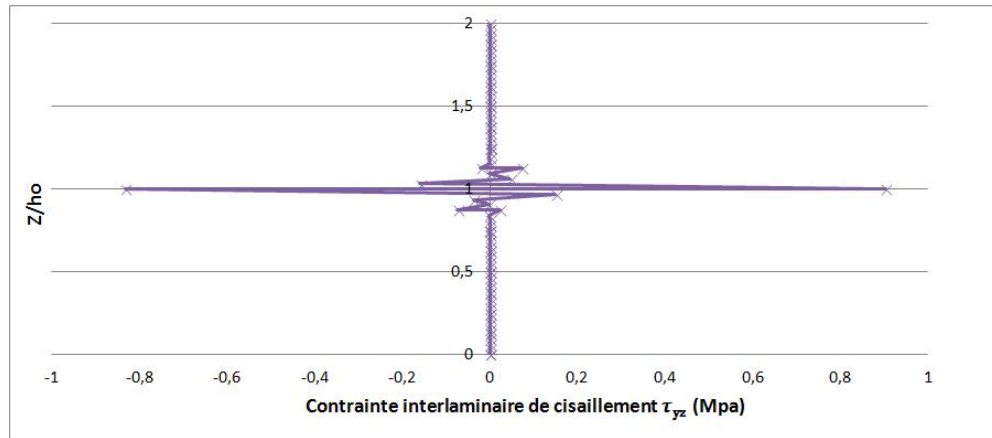


FIGURE 5.16: Contrainte interlaminaire de cisaillement τ_{yz} selon l'épaisseur évaluée au rebord du stratifié $[\pm 45]_s$

de cisaillement dans le plan τ_{xy} résulte en l'absence de contrainte de cisaillement hors plan τ_{xz} pour le stratifié $[0/90]_s$.

Tel qu'illustre les figures 5.17 et 5.18 (b), la contrainte interlaminaire normale σ_z débutait en tension pour ensuite changer en compression et atteindre une valeur maximale à l'approche du rebord, et ce pour les deux stratifiés.

La contrainte interlaminaire en cisaillement τ_{yz} du stratifié $[0/90]_s$ débute à $y/b=0.5$ et atteint une valeur maximale à la limite de la zone de convergence, tel qu'illustre la figure 5.17. La contrainte interlaminaire en cisaillement τ_{yz} du stratifié $[\pm 45]_s$ débute à $y/b=0.85$ et atteint une valeur maximale à $y/b=0.92$ pour ensuite tendre vers zéro à la limite de la zone de convergence, tel qu'illustre la figure 5.18 (b).

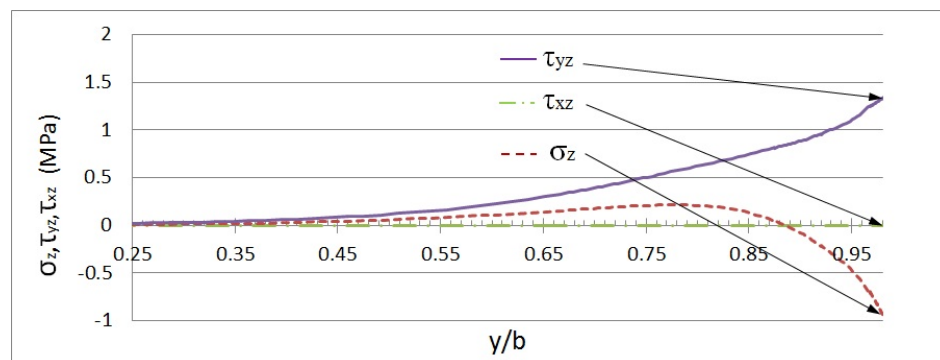


FIGURE 5.17: Champ de contraintes interlaminaires en zone de convergence du stratifié $[0/90]_s$

TABLE 5.7: Contraintes interlaminaires maximales dans la zone de convergence pour les stratifiés $[0/90]_s$ et $[\pm 45]_s$ évaluées à $y/b=0.985$

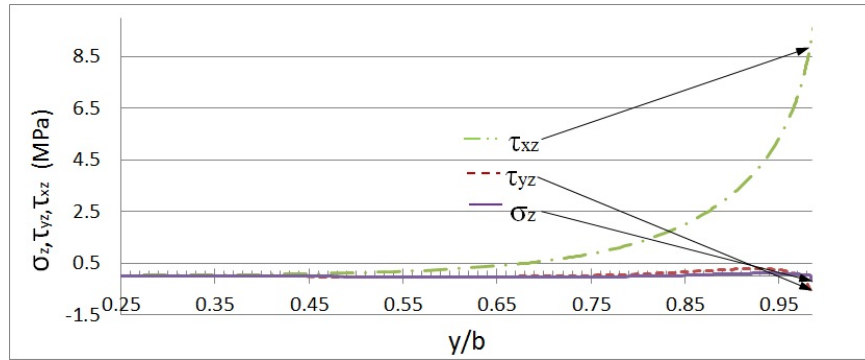
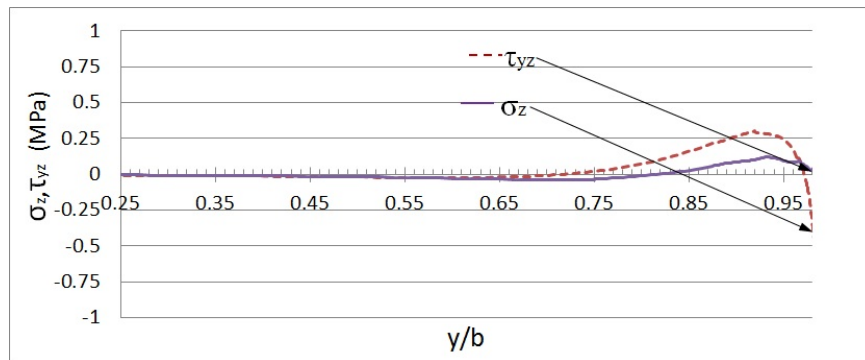
contrainte (MPa)	Stratifié $[0/90]_s$	Stratifié $[\pm 45]_s$
σ_z	-1.01	-0.45
τ_{xz}	0	8.55
τ_{yz}	1.25	0.05

5.5 Influence de l'orientation des renforts sur la contrainte interlaminaire aux rebords

En comparant les contraintes interlaminaires maximales des stratifiés $[0/90]_s$ et $[\pm 45]_s$ évaluées en zone de convergence, tel que présentées au tableau 5.7, on note que l'ampleur de la contrainte interlaminaire maximale du stratifié $[\pm 45]_s$, dominée par la contrainte de cisaillement τ_{xz} , est 8 fois supérieure à la contrainte hors plan maximale du stratifié $[0/90]_s$. Comme démontré par Pipes et Pagano [8] et résumé au chapitre 2, la contrainte interlaminaire en cisaillement τ_{xz} est fonction de l'orientation des renforts et de la variation de la contrainte dans le plan en cisaillement τ_{xy} selon la largeur du stratifié.

Afin d'évaluer la relation entre la contrainte de cisaillement dans le plan τ_{xy} et la contrainte de cisaillement interlaminaire τ_{xz} , trois laminés dont l'orientation des renforts était de $[\pm 35]_s$, $[\pm 45]_s$ et $[\pm 65]_s$ et soumis à une déformation longitudinale $\epsilon_x = 0.001$ ont été analysés. Tel qu'illustre la figure 5.19, la contrainte interlaminaire en cisaillement τ_{xz} maximale en zone de convergence du stratifié $[\pm 35]_s$ est supérieure à celle du stratifié $[\pm 45]_s$. La contrainte interlaminaire en cisaillement τ_{xz} maximale en zone de convergence du stratifié $[\pm 65]_s$ est négligeable.

L'analyse de la contrainte de cisaillement dans le plan τ_{xy} au centre des trois stratifiés a permis de définir une relation entre la contrainte de cisaillement dans le plan τ_{xy} et la contrainte maximale de cisaillement hors plan τ_{xz} aux rebords. La variation de la contrainte de cisaillement dans le plan τ_{xy} était proportionnelle à la contrainte interlaminaire de cisaillement τ_{xz} au rebord, tel que listée au tableau

(a) τ_{xz} , τ_{yz} et σ_z (b) τ_{yz} et σ_z FIGURE 5.18: Champ de contraintes interlaminaires en zone de convergence du stratifié $[\pm 45]_s$

5.8. La contrainte en cisaillement dans le plan τ_{xy} du stratifié $[\pm 35]_s$ était supérieure au stratifié $[\pm 45]_s$. La contrainte en cisaillement dans le plan τ_{xy} du stratifié $[\pm 65]_s$ est négligeable. La relation entre la contrainte de cisaillement dans le plan τ_{xy} et la contrainte de cisaillement hors plan entre les plis au rebord pour un stratifié en tension démontrait une linéarité, tel qu'illustre la figure 5.20 dont les valeurs proviennent du tableau 5.8.

5.6 Sommaire

Les valeurs de la contrainte interlaminare aux rebords ont été obtenues pour les stratifiés $[0/90]_s$ et $[\pm 45]_s$ soumis à une charge longitudinale. Les résultats obtenus pour l'ensemble des logiciels étaient équivalents aux résultats obtenus des études antérieures [10], [11], [13] et [15], où la valeur des contraintes tend à augmenter à une distance du rebord équivalente à l'épaisseur du stratifié. Toutefois, tel que démontré

TABLE 5.8: Contrainte en cisaillement dans le plan τ_{xy} évaluée au centre du stratifié et contrainte en cisaillement hors plan τ_{xz} évaluée à l'interface des plis près du rebord à $y/b=0.985$ - stratifiés avec renfort à diverses orientations

stratifié $[\pm 35]_s$			stratifié $[\pm 45]_s$			stratifié $[\pm 65]_s$		
pli degré	τ_{xy} (MPa)	τ_{xz} (MPa)	pli degré	τ_{xy} (MPa)	τ_{xz} (MPa)	pli degré	τ_{xy} (MPa)	τ_{xz} (MPa)
35	18.3		45	8.0		65	0.1	
Interface		18.1			8.1			.2
-35	-18.3		-45	-8.0		-65	-0.1	

lors des études antérieures [10] et [8], la présence d'une singularité a été observée à l'interface des plis. La présence de la singularité dans le modèle numérique est causée par la représentation macroscopique du stratifié où chaque pli est défini par un matériau homogène et orthotrope créant une discontinuité des propriétés entre chaque pli. La discontinuité des propriétés entre les plis adjacents crée la singularité mathématique dans le modèle d'éléments finis. En réalité, bien que les propriétés entre chaque pli soient discontinues, la matrice enrobant les fibres et reliant les plis transfère les charges aux plis adjacents éliminant la singularité de contrainte.

Malgré la singularité dans le modèle d'éléments finis, la présente étude a montré que les valeurs de la contrainte interlaminaire convergeaient et pouvaient être évaluées avec confiance si les valeurs sont extraites dans une zone de convergence. L'étude de convergence a montré qu'augmenter le nombre d'éléments par épaisseur de chaque pli permet d'identifier précisément la zone de convergence. Un modèle de 16 éléments par pli a été utilisé pour définir une zone de convergence à $y/b \leq 0.985$ ou à plus de 0.03 mm du rebord pour les deux stratifiés. En élargissant les critères de convergence de 0.1 % à 0.5%, une même zone de singularité a été définie pour un modèle de seulement 2 éléments par pli permettant de réduire le temps d'analyse.

Une étude sur l'influence de l'orientation des renforts sur la contrainte interlaminaire aux rebords a permis de définir une relation entre la contrainte de cisaillement dans le plan τ_{xy} et la contrainte de cisaillement hors plan τ_{xz} au rebord. Cette étude

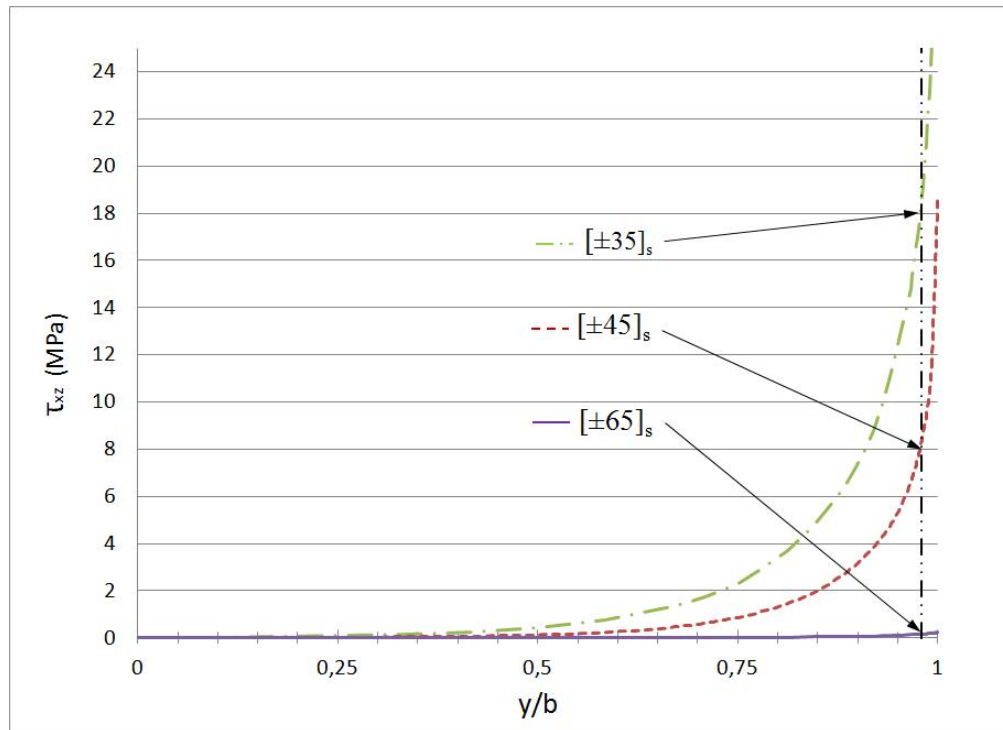


FIGURE 5.19: Variation de la contrainte interlaminaire τ_{xz} à l'interface de stratifiés à différents angles

a démontré une relation directe entre ces deux contraintes. Comme la contrainte de cisaillement dans le plan τ_{xy} peut être calculée analytiquement, ceci pourrait nous permettre de prédéterminer l'amplitude de la contrainte interlaminaire en cisaillement τ_{xz} de différents stratifiés sans faire d'analyse numérique.

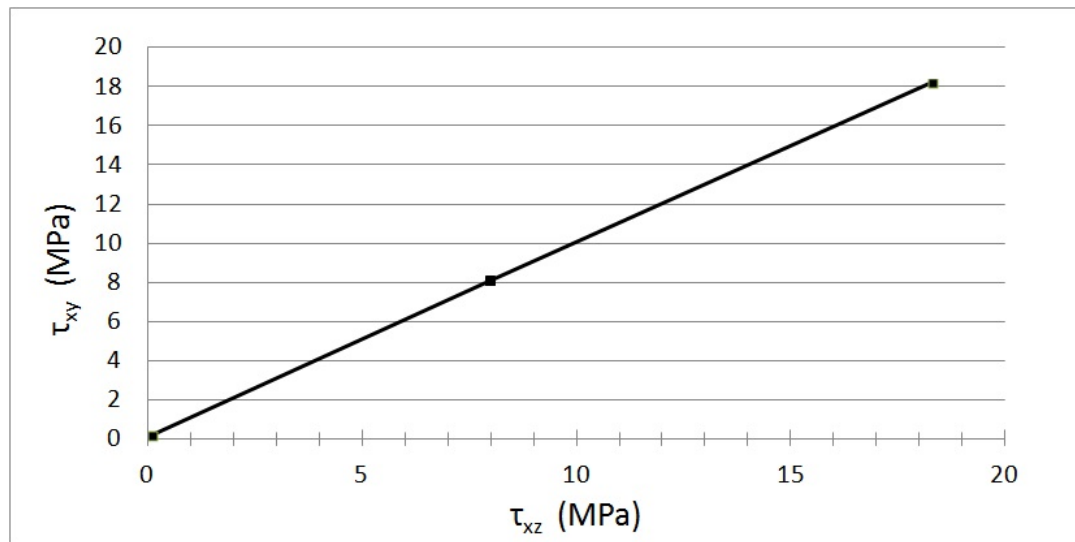


FIGURE 5.20: Relation entre la contrainte de cisaillement dans le plan τ_{xy} et la contrainte interlaminaire hors plan τ_{xz} à l'interface des plis au rebord du stratifié

Contraintes interlaminaires des stratifiés soumis à un essai de flexion 4-point

La contrainte interlaminaire d'un stratifié peut être définie numériquement à partir des trois logiciels d'analyses par éléments finis comme décrit au chapitre précédent. Les résultats présentés ont montré que les valeurs obtenues à partir des trois logiciels étaient équivalentes et qu'elles correspondaient aux valeurs obtenues d'études antérieures. Comme pour la majorité des études antérieures [8–11] prédisant la contrainte interlaminaire, l'analyse a été effectuée pour des stratifiés soumis à une charge longitudinale en tension. L'objectif de l'étude décrit dans le présent chapitre était de calculer le champ de contraintes d'un stratifié soumis à un test de flexion 4-point. Le test de flexion 4-point est d'intérêt aux chercheurs pour son état de charge plus complexe que le test en tension et représentant mieux les conditions de charge en service. Les objectifs des analyses présentées dans ce chapitre étaient :

1. De calculer et de valider la contrainte interlaminaire aux rebords d'un stratifié en flexion par analyse numérique.
2. De comparer les valeurs numériques de la contrainte dans le plan avec les valeurs analytiques calculées à partir de la théorie classique des stratifiés.
3. D'identifier les contraintes maximales des stratifiés et de les comparer aux contraintes ultimes du matériau utilisé.

6.1 Description du modèle et caractéristiques des stratifiés

Le choix du modèle a été défini afin de correspondre au test de flexion 4-point [43] de deux stratifiés $[0/90]_s$ et $[\pm 45^o]_s$ (illustrés aux figures 5.2 (a) et (b)). Les dimensions du modèle, à l'exception du nombre de plis du stratifié, correspondaient aux modèles définis au chapitre 4. Les valeurs des dimensions sont présentées au tableau 6.1 et le modèle est illustré en figure 4.2. Les propriétés du matériau, listées à la table

4.2, utilisées pour l'analyse correspondaient au préimprégné carbone-époxy CYCOM 5276-1/G40-800.

TABLE 6.1: Dimensions du spécimen en flexion 4-point

largeur	b	15.88 mm
épaisseur d'un pli	h_0	0.1475 mm
étendue	L	100 mm
étendue interne	G	50 mm

6.1.1 Modélisation du stratifié - type d'éléments et maillage

Le logiciel StressCheck a été utilisé pour l'analyse de l'essai de flexion 4-point, car l'ensemble des modèles définis au chapitre 5 ont produits des valeurs de contraintes équivalentes. Le modèle était composé d'un maillage de 2 éléments selon l'épaisseur de chaque pli, 10 éléments en longueur et 22 éléments en largeur avec une concentration d'éléments près des rebords. La fonction polynomiale des éléments variait de 5 à 8. Le degré de liberté (DDL) des modèles en fonction du degré polynomial utilisé est listé au tableau 6.2.

TABLE 6.2: Paramètres des modèles 3D du logiciel StressCheck

Degré polynomial	DDL
P-5	74 001
P-6	116 993
P-7	176 189
P-8	257 757

6.1.2 Conditions de charge et d'appuis et paramètres d'analyse

Les conditions de charge et d'appuis correspondaient au modèle d'essai de flexion 4-point d'un stratifié, illustrés en figure 6.1 et définis au chapitre 4. Les supports

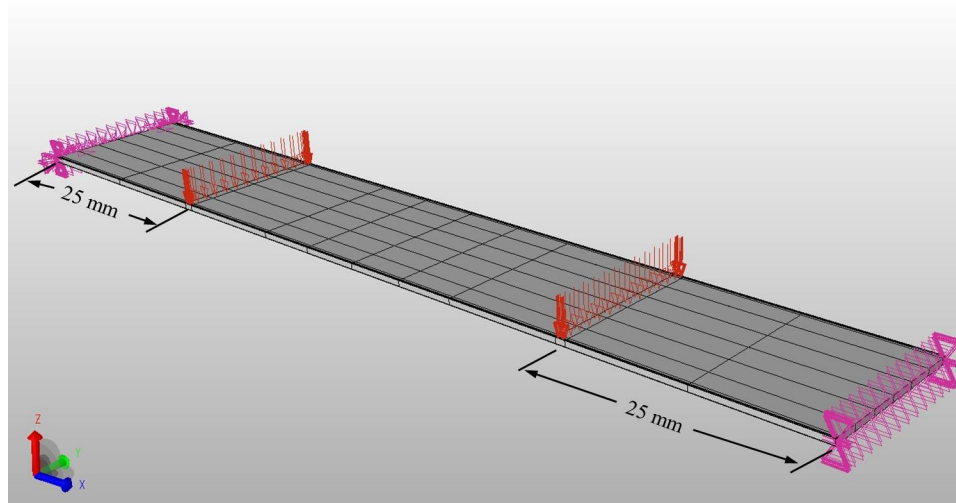


FIGURE 6.1: Conditions de charge et d'appuis représentés pour un essai de flexion 4-point

inférieurs étaient représentés par une condition frontière en déplacement fixe selon l'axe z aux surfaces yz des extrémités du modèle. Les cylindres supérieurs étaient représentés par une charge verticale, selon l'axe z , appliquée aux deux surfaces mesurant 1 mm x 15.88 mm et localisée à 25 mm des extrémités. Les charges appliquées aux modèles, listées au tableau 6.3, étaient définies afin d'obtenir un maximum de déformation longitudinale ϵ_x de ± 0.001 aux surfaces externes du stratifié. La figure 6.2 illustre la déformation longitudinale ϵ_x du stratifié $[0/90]_s$. On peut observer la déformation longitudinale ϵ_x d'environ -0.001 au centre du stratifié entre les points de charge, à la surface supérieure du stratifié. Comme la charge appliquée a produit une petite déformation, une analyse linéaire a été effectuée pour tous les modèles. L'hypothèse que les déplacements sont faibles et qu'une analyse linéaire est adéquate a été validée au chapitre 4 en section 4.1.5

TABLE 6.3: Charges appliquées aux stratifiés $[0/90]_s$ et $[\pm 45]_s$

stratifié	Charge (Newton)
$[0/90]_s$	-9.77
$[\pm 45]_s$	-1.08

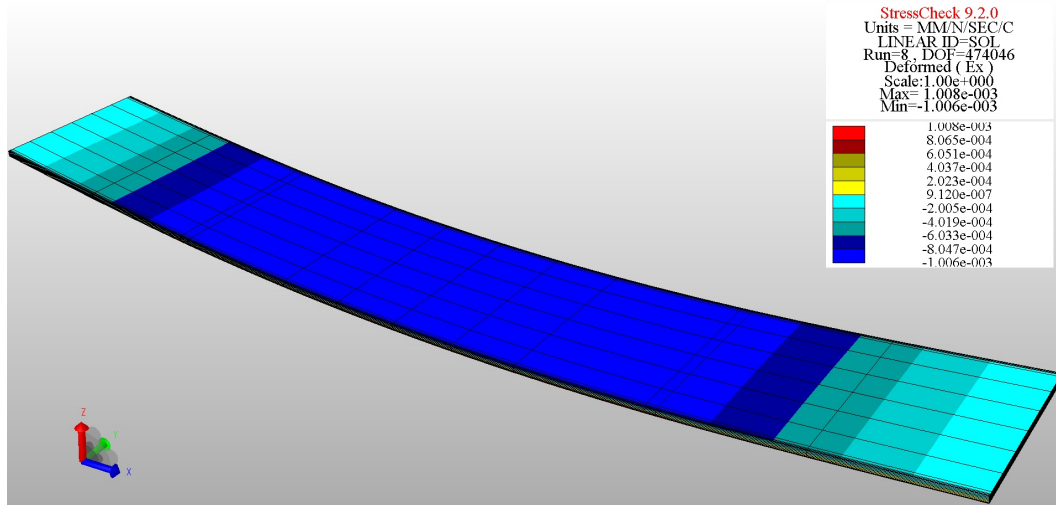


FIGURE 6.2: Déformation longitudinale ϵ_x du stratifié $[0/90]_s$

6.2 Déformation et contrainte dans le plan des stratifiés $[0/90]_s$ et $[\pm 45]_s$ - calculs et résultats analytiques

La déformation et la contrainte dans le plan des stratifiés $[0/90]_s$ et $[\pm 45]_s$ ont été évaluées selon un moment équivalent M_x et en utilisant la théorie classique des stratifiés. Les valeurs du moment équivalent M_x des stratifiés $[0/90]_s$ et $[\pm 45]_s$, listées au tableau 6.4, ont été définies afin d'obtenir une déformation longitudinale ϵ_x égale à 0.001 sur la surface externe des stratifiés. La valeur du moment équivalent M_x du stratifié $[\pm 45]_s$ ne correspondait pas à la valeur de la charge appliquée utilisée pour la simulation et listée au tableau 6.3. La différence entre les deux valeurs était causée par l'influence des supports de l'essai de flexion 4-point, phénomène expliqué en section 6.3.2.

TABLE 6.4: Moment équivalent M_x appliqué aux stratifiés

stratifié	Moment équivalent M_x (N.m/m)
$[0/90]_s$	-7.69
$[\pm 45]_s$	-0.7865

Selon les moments équivalents M_x respectifs, la déformation et la courbure du plan

médian des stratifiés $[0/90]_s$ et $[\pm 45]_s$ ont été calculées à partir des équations 6.1 et 6.2. Les résultats obtenus pour la déformation et la courbure du plan médian des deux stratifiés sont listés au tableau 6.5. On note une courbure longitudinale et transversale κ_x et κ_y pour les deux stratifiés et une courbure en torsion κ_{xy} uniquement pour le stratifié $[\pm 45]_s$. La courbure en torsion κ_{xy} est produite par la présence de plis orientés à angle dans le stratifié soumis à un moment.

$$\begin{pmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -7.69 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 46 & 766 & 1184 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1184 & 46 & 766 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2360 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2271 & 34 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 34 & 442 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 68 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{pmatrix} \quad (6.1)$$

$$\begin{pmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -0.7865 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 26 & 335 & 21 & 615 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 21 & 615 & 26 & 335 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 22 & 791 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 764 & 627 & 457 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 627 & 764 & 457 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 457 & 457 & 661 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{pmatrix} \quad (6.2)$$

Les champs de déformation dans le plan ϵ_x , ϵ_y et γ_{xy} pour chacun des plis des stratifiés $[0/90]_s$ et $[\pm 45]_s$ ont été calculés à partir de la courbure du plan médian selon l'équation 6.3. La relation entre la courbure du plan médian et la charge appliquée est fonction de la position z des plis, ce qui produit une déformation linéaire selon l'épaisseur du stratifié. Les valeurs de la déformation dans le plan, évaluées au centre de chaque pli, sont listées aux tableaux 6.6 et 6.7 pour les stratifiés $[0/90]_s$ et $[\pm 45]_s$, respectivement.

$$\epsilon_x = \epsilon_x^0 + z\kappa_x \quad \epsilon_y = \epsilon_y^0 + z\kappa_y \quad \gamma_{xy} = \gamma_{xy}^0 + z\kappa_{xy} \quad (6.3)$$

TABLE 6.5: Valeurs analytiques de la déformation et courbure du plan médian des stratifiés $[0/90]_s$ et $[\pm 45]_s$

déformation et courbure	stratifié $[0/90]_s$	stratifié $[\pm 45]_s$
ϵ_x^0	0	0
ϵ_y^0	0	0
γ_{xy}^0	0	0
κ_x	-0.0034 mm^{-1}	-0.0034 mm^{-1}
κ_y	0.0003 mm^{-1}	0.0024 mm^{-1}
κ_{xy}	0	0.0007 mm^{-1}

Les champs de contraintes dans le plan σ_x , σ_y et τ_{xy} ont été calculés à partir des champs de déformation dans le plan ϵ_x , ϵ_y et γ_{xy} et les propriétés des plis, tel que décrit en section 3.2. Les valeurs de la contrainte sont listées aux tableaux 6.8 et 6.9 pour les stratifiés $[0/90]_s$ et $[\pm 45]_s$, respectivement.

6.2.1 Champ de contrainte dans le plan du stratifié $[0/90]_s$

Les figures 6.3 (a) et (b) illustrent la variation de la contrainte σ_x et σ_y respectivement, entre chaque pli selon l'épaisseur du stratifié. La contrainte longitudinale σ_x dans le stratifié $[0/90]_s$ était en tension dans les plis situés sous le plan médian et en compression dans les plis situés au-dessus du plan médian. La contrainte était plus importante dans les plis à 0° où les renforts étaient orientés selon la charge appliquée. La différence entre les valeurs de la contrainte transversale σ_y dans les plis à 0° et 90° est fonction de la différence entre la rigidité transversale des plis. L'absence de plis orientés à angles dans le stratifié $[0/90]_s$ résultait en une valeur nulle de la contrainte en cisaillement τ_{xy} . On peut observer que la contrainte longitudinale maximale se retrouve à la surface extérieure des plis à 0° , tandis que la contrainte transversale maximale se trouve à la surface extérieure des plis à 90° .

TABLE 6.6: Valeurs analytiques de la déformation dans le plan du stratifié $[0/90]_s$

No. pli	angle degré	z/h_0	ϵ_x mm/mm	ϵ_y mm/mm	γ_{xy} rad
1	0	-1.5	0.000750	-0.000058	0
2	90	-0.5	0.000250	-0.000019	0
3	90	0.5	-0.00250	0.000019	0
4	0	1.5	-0.000750	0.000058	0

TABLE 6.7: Valeurs analytiques de la déformation dans le plan du stratifié $[\pm 45]_s$

No. pli	angle degré	z/h_0	ϵ_x mm/mm	ϵ_y mm/mm	γ_{xy} rad
1	45	-1.5	0.000750	-0.000521	-0.000159
2	-45	-0.5	0.000250	-0.000174	-0.000053
3	-45	0.5	-0.000250	0.000174	0.000053
4	45	1.5	-0.000750	0.000521	0.000159

6.2.2 Champ de contrainte dans le plan du stratifié $[\pm 45]_s$

Les figures 6.4 (a) et (b) illustrent la variation de la contrainte σ_x , σ_y et τ_{xy} , respectivement, entre chaque pli selon l'épaisseur du stratifié. La contrainte longitudinale σ_x dans le stratifié $[\pm 45]_s$ était en tension dans les plis situés sous le plan médian et en compression dans les plis situés au-dessus du plan médian. La valeur de la contrainte longitudinale σ_x était supérieure dans les plis à -45° . Les valeurs des contraintes transversales σ_y et des contraintes en cisaillement τ_{xy} dans le stratifié $[\pm 45]_s$ étaient supérieures dans les plis orientés à -45° .

TABLE 6.8: Valeurs analytiques de la contrainte dans le plan du stratifié $[0/90]_s$ selon la direction globale (x,y,z)

No. pli	angle degré	z/h_0	σ_x MPa	σ_y MPa	τ_{xy} MPa
1	0	-1.5	112.80	1.04	0
2	90	-0.5	2.00	-2.42	0
3	90	0.5	-2.00	-2.42	0
4	0	1.5	-112.80	-1.04	0

TABLE 6.9: Valeurs analytiques de la contrainte dans le plan du stratifié $[\pm 45]_s$ selon la direction globale (x,y,z)

No. pli	angle degré	z/h_0	σ_x MPa	σ_y MPa	τ_{xy} MPa
1	45	-1.5	8.75	-1.41	2.04
2	-45	-0.5	6.70	3.29	-4.80
3	-45	0.5	-6.70	-3.29	4.80
4	45	1.5	-8.75	1.41	-2.04

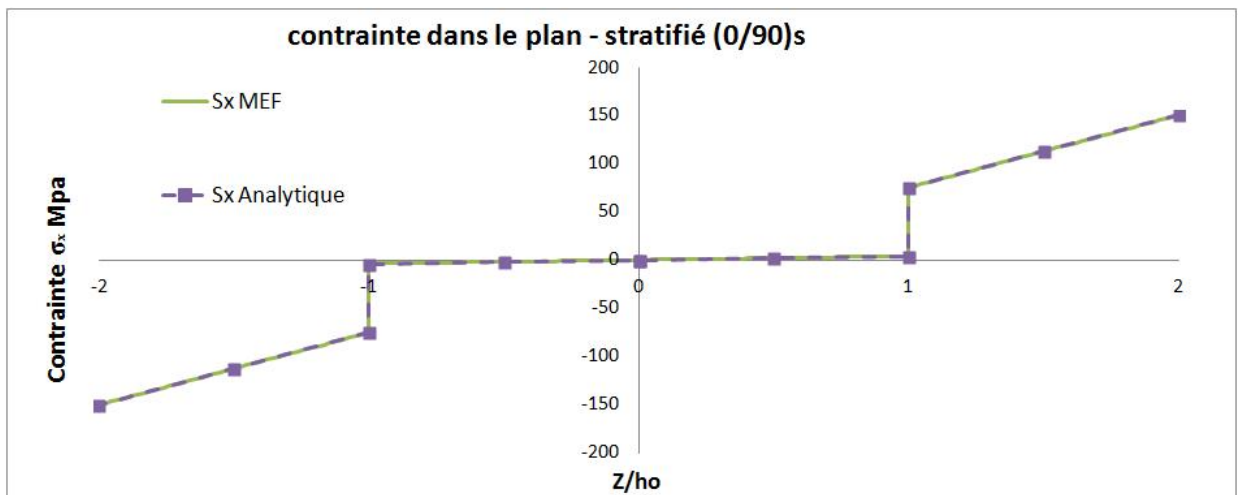
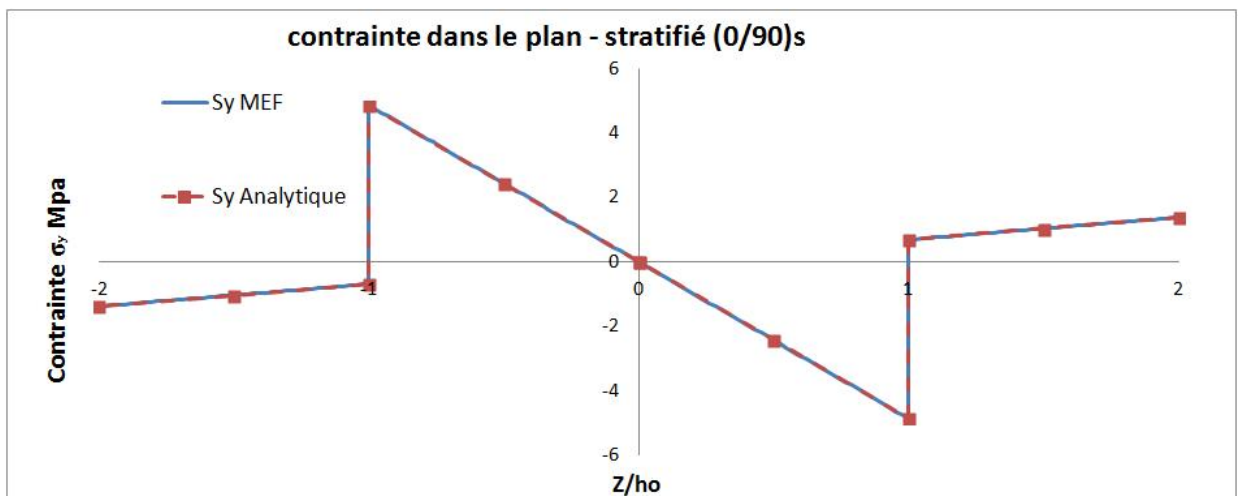
6.3 Comparaison des valeurs analytiques et numériques de la contrainte dans le plan des stratifiés $[0/90]_s$ et $[\pm 45]_s$

Les valeurs numériques de la déformation et la contrainte dans le plan des stratifiés $[0/90]_s$ et $[\pm 45]_s$ ont été comparées aux valeurs analytiques. Les résultats numériques ont été extraits où un moment pur était attendu. La figure 4.12 illustre la localisation où les valeurs ont été extraites, soit au milieu du modèle loin des rebords et des points de charges à travers l'épaisseur du stratifié.

6.3.1 Comparaison des valeurs de la contrainte dans le plan du stratifié $[0/90]_s$

La figure 6.3 (a) compare les valeurs analytiques et numériques de la contrainte longitudinale σ_x et la figure 6.3 (b) compare les valeurs analytiques et numériques de

la contrainte transversale σ_y pour le stratifié $[0/90]_s$. On peut observer que les valeurs analytiques et numériques sont équivalentes pour les deux contraintes. La concordance des résultats numériques et analytiques montre que les charges appliquées au modèle numérique produisent un moment équivalent M_x pouvant être utilisé pour le calcul analytique de la contrainte dans le plan.

(a) contrainte longitudinale (σ_x)(b) contrainte transversale (σ_y)FIGURE 6.3: Champ de contraintes dans le plan du stratifié $[0/90]_s$

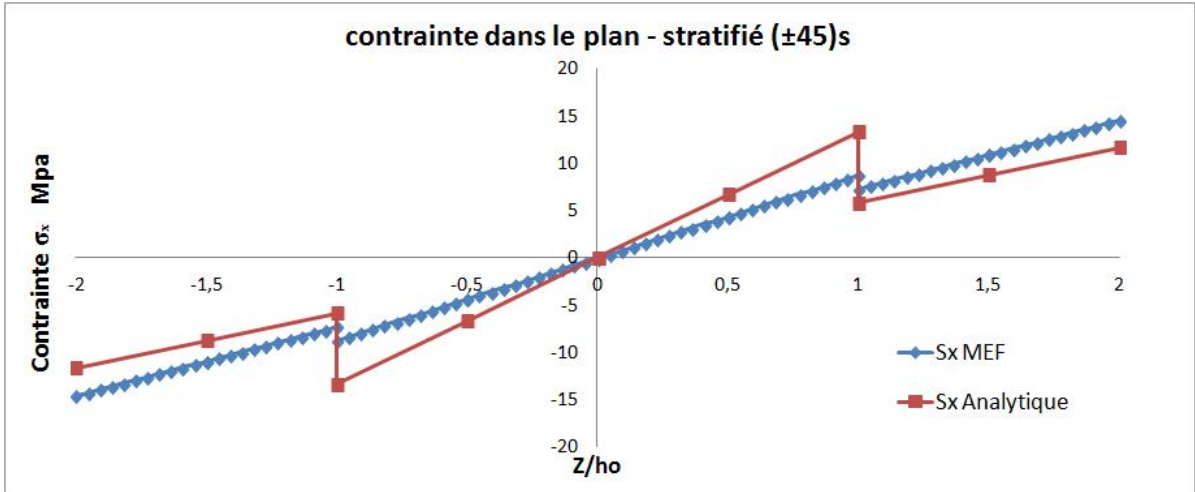
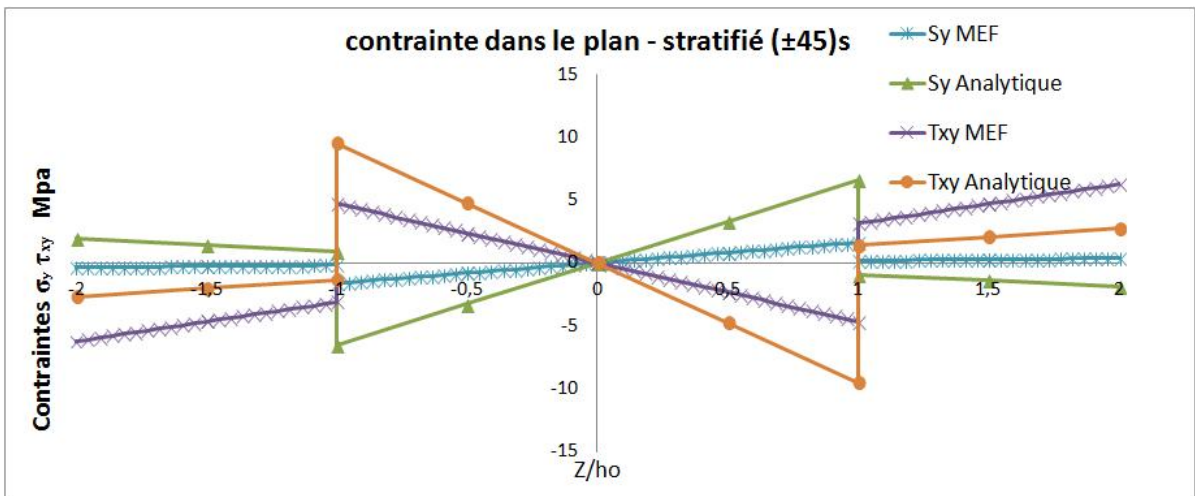
6.3.2 Comparaison des valeurs de la contrainte dans le plan du stratifié $[\pm 45]_s$

La figure 6.4 (a) compare les valeurs analytiques et numériques de la contrainte longitudinale σ_x dans le plan. En contraste avec le stratifié $[0/90]_s$, on peut observer une différence significative entre les valeurs numériques et analytiques. La figure 6.4 (b) compare les valeurs analytiques et numériques de la contrainte transversale σ_y et de cisaillement τ_{xy} . Comme pour la contrainte longitudinale, on observe une différence entre les valeurs analytiques et numériques. Cette différence est causée, tel que discuté au chapitre 4, par un moment interne produit par la torsion du stratifié en flexion et des conditions frontière de l'essai de flexion 4-point. Les valeurs de la déformation et courbure du plan médian ont été calculées à partir des résultats numériques de la déformation du stratifié. Les résultats, listés au tableau 6.10, montrent une valeur de κ_{xy} inférieures aux résultats analytiques listés au tableau 6.5

TABLE 6.10: Valeurs de la déformation et courbure du plan médian du stratifié $[\pm 45]_s$ - valeurs calculées à partir des résultats numériques

déformation et courbure	stratifié $[\pm 45]_s$
ϵ_x^0	0
ϵ_y^0	0
γ_{xy}^0	0
κ_x	-0.0034 mm^{-1}
κ_y	0.0027 mm^{-1}
κ_{xy}	0.0002 mm^{-1}

Deux moments équivalents M_{xy} et M_y ont été ajoutés lors du calcul analytique afin d'obtenir les mêmes valeurs pour la déformation et courbure du plan médian obtenues à partir des modèles numériques. Les valeurs des moments équivalents $M_y = -0.0228$ et $M_{xy} = -0.2307$ ont été définies par essais et erreurs afin que l'ensemble des valeurs analytiques de la déformation et courbure du plan médian correspondent aux valeurs numériques, listées au tableau 6.10. à partir. Le calcul analytique de la courbure

(a) contrainte longitudinale (σ_x)(b) contrainte transversale et de cisaillement (σ_y et τ_{xy})FIGURE 6.4: Champ de contraintes dans le plan du stratifié $[\pm 45]_s$

dans le plan à partir des moments M_x , M_y et M_{xy} équivalents et de l'équation 6.4 a permis d'obtenir des valeurs analytiques correspondantes aux valeurs numériques, tel qu'illustre la figure 6.5. La valeur du moment équivalent $M_x = -0.8501$ correspond à la charge de -1.08 N du tableau 6.3.

$$\begin{pmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -0.8501 \\ -0.0228 \\ -0.2307 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 26 & 335 & 21 & 615 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 21 & 615 & 26 & 335 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 22 & 791 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 764 & 627 & 457 & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 627 & 764 & 457 & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 457 & 457 & 661 & \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{pmatrix} \quad (6.4)$$

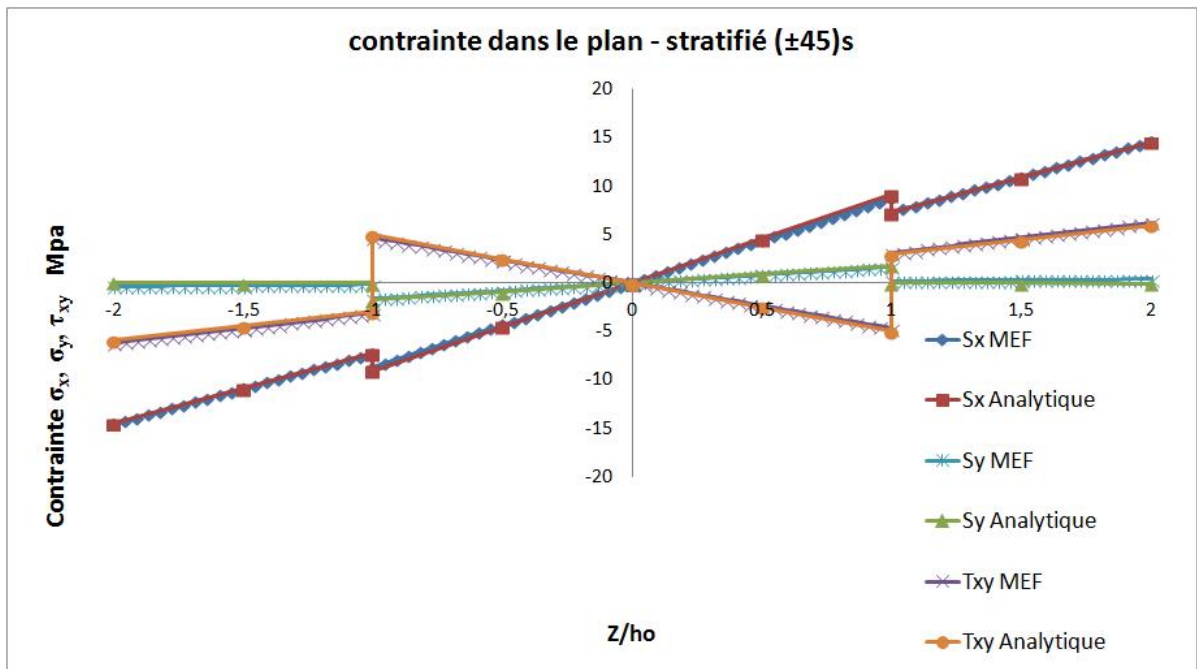


FIGURE 6.5: Champ de contraintes à l'interface - stratifié $[\pm 45]_s$ avec ajout de M_y et M_{xy}

6.4 Contrainte interlaminaire évaluée au plan médian des stratifiés $[0/90]_s$ et $[\pm 45]_s$

Un échantillon soumis à un essai de flexion 4-point ne subit aucun effort tranchant entre les points de charge, tel qu'illustre la figure 2.15. Cette hypothèse assume un moment fléchissant longitudinal sans torsion. Toutefois, comme démontré dans la section précédente et au chapitre 4, la déformation d'un stratifié aux renforts orientés à angles et soumis à un essai de flexion 4-point produit un moment interne. Ce moment interne produit des contraintes de cisaillement entre les points de charge.

La figure 6.6 illustre les contraintes de cisaillement hors plan τ_{xz} et τ_{yz} évaluées au plan médian des stratifiés $[0/90]_s$ et $[\pm 45]_s$ entre les points de charge à $x=30$ et $x=70$ du rebord. On observe l'absence de contrainte de cisaillement pour le stratifié $[0/90]_s$ et des contraintes interlaminaires de cisaillement hors plan τ_{xz} et τ_{yz} pour le stratifié $[\pm 45]_s$. Les valeurs des contraintes étaient nulles au centre du stratifié à $x=50$ mm et étaient maximales près des points de charges à $x=30$ mm et à $x=70$ mm. La contrainte de cisaillement τ_{yz} était causée par le moment équivalent M_y et la contrainte interlaminaire τ_{xz} par le moment équivalent M_{xy} .

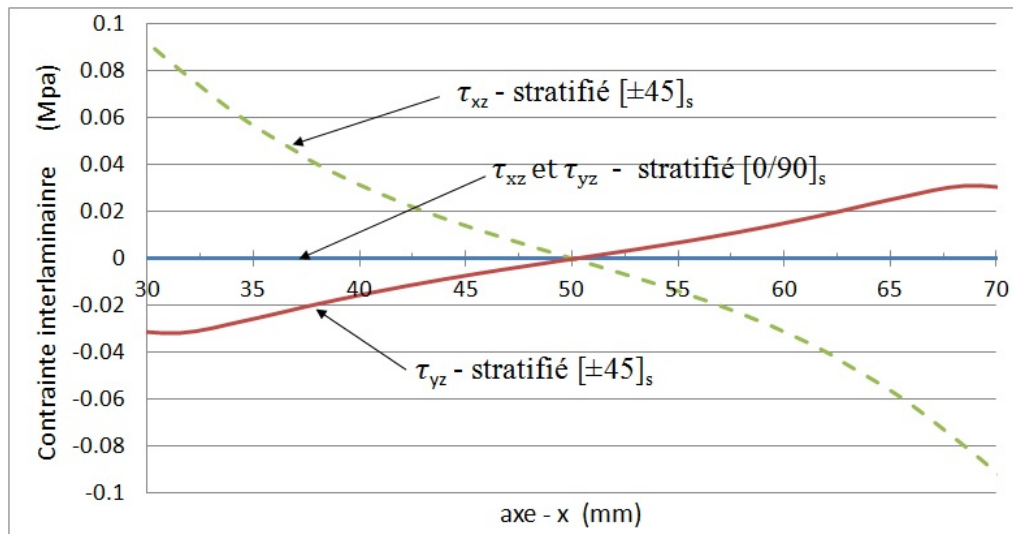


FIGURE 6.6: Contrainte de cisaillement hors plan entre les points de charge selon la longueur des stratifiés $[0/90]_s$ et $[\pm 45]_s$

Afin de déterminer la localisation du maximum de la contrainte de cisaillement τ_{xz} et τ_{yz} du stratifié $[\pm 45]_s$, les valeurs ont été évaluées selon l'épaisseur du stratifié. La figure 6.7 illustre les contraintes de cisaillement τ_{xz} et τ_{yz} dans le stratifié $[\pm 45]_s$ dont les valeurs ont été extraites selon l'épaisseur du stratifié près du point de charge à $x=30$ mm du rebord. On observe que les contraintes étaient maximales au plan médian à $z/h_0=0$ et tendaient vers zéro aux surfaces externes à $z/h_0=\pm 2$. La présence d'une discontinuité a été observée à l'interface des plis à $z/h_0=\pm 1$. Cette discontinuité était produite par la différence de la propriété mécanique des plis adjacents.

L'analyse de la contrainte au plan médian du stratifié $[\pm 45]_s$ a permis d'identifier

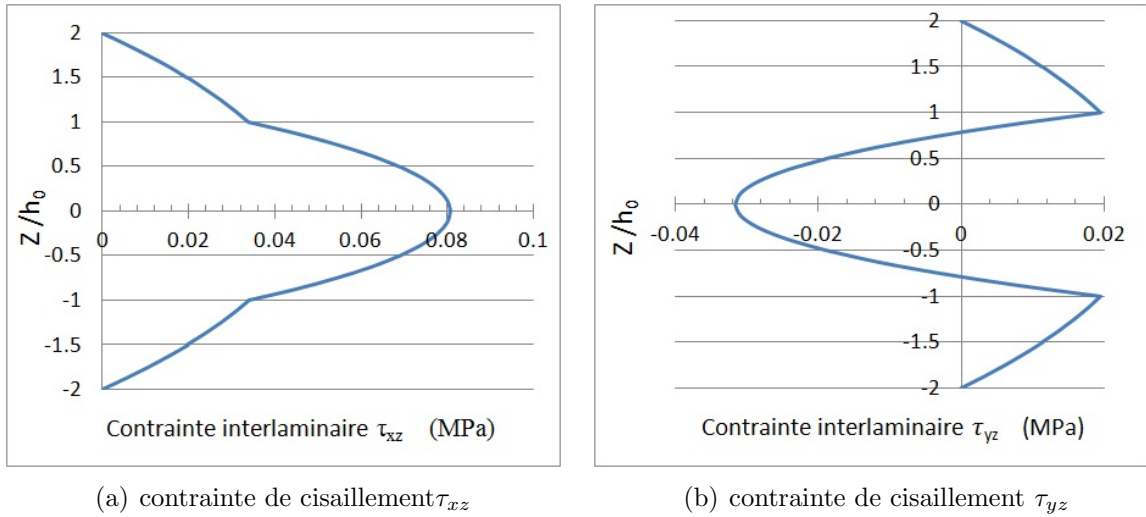


FIGURE 6.7: Contraintes de cisaillement selon l'épaisseur du stratifié $[\pm 45]_s$ évaluée à $x=30$ mm

la présence de contraintes hors plan près des points de charges. Toutefois la valeur maximale de ces contraintes de cisaillement $\tau_{yz} = -0.03$ MPa n'était pas significative en comparaison à la contrainte maximale de cisaillement hors plan près des rebords $\tau_{yz} = 3.51$ MPa.

6.5 Champs de contraintes évalués à l'interface des plis des stratifiés $[0/90]_s$ et $[\pm 45]_s$

Tout comme les stratifiés soumis à une charge longitudinale en tension, l'effet de rebord était attendu pour les stratifiés $[0/90]_s$ et $[\pm 45]_s$ soumis à un essai de flexion 4-point. Afin d'évaluer cet effet de rebord, les valeurs des contraintes ont été extraites en travée centrale à travers la largeur du stratifié à l'interface des plis, tel qu'illustre la figure 5.6.

6.5.1 Champ de contraintes évalué à l'interface des plis du stratifié $[0/90]_s$

La figure 6.8 illustre la contrainte transversale dans le plan σ_y , la contrainte hors plan normal σ_z et la contrainte hors plan de cisaillement τ_{yz} du stratifié $[0/90]_s$. Les valeurs ont été évaluées à l'interface des plis à 0° et à 90° pour la moitié du stratifié, du centre à $y/b=0$ au rebord à $y/b=1$. Les valeurs de la contrainte étaient constantes

entre $y/b=0$ et $y/b=0.925$. Une variation des valeurs des contraintes s'est produite à partir de $y/b=0.925$ (identifiée par la ligne verticale dans le graphique) correspondait à la distance du rebord égale à l'épaisseur de stratifié. Les valeurs de la contrainte transversale dans le plan σ_y dans la région entre $y/b=0$ et $y/b=0.925$ correspondaient aux valeurs analytiques obtenues selon la théorie classique des stratifiés. Au rebord, la contrainte transversale σ_y tend vers zéro en conséquence de l'absence de charge externe transversale appliquée au stratifié. Les valeurs des contraintes interlaminaires σ_z et τ_{yz} étaient nulle de $y/b=0$ à $y/b=0.925$, augmentaient à partir de $y/b=0.925$ et tendaient vers leurs valeurs maximales près du rebord à $y/b \approx 0.99$.

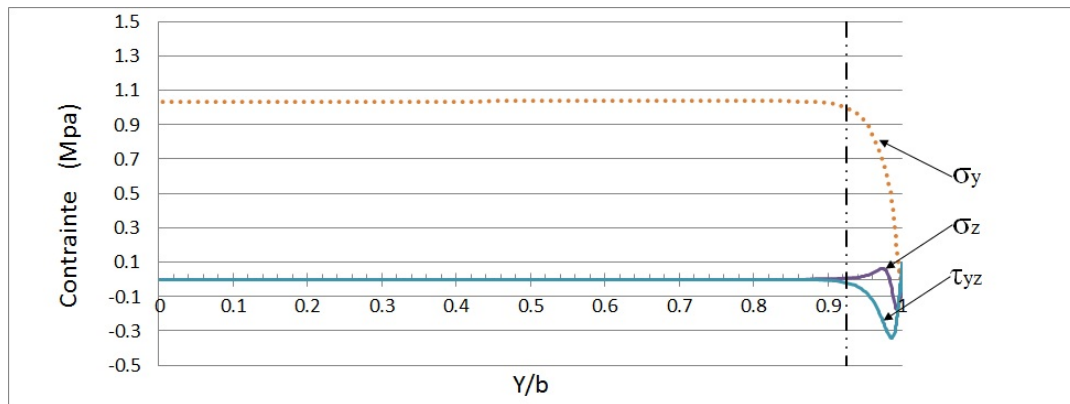


FIGURE 6.8: Champ de contraintes à l'interface des plis $0^\circ/90^\circ$ ($z/h_0=1$) du stratifié $[0/90]_s$

6.5.2 Champ de contraintes évalué à l'interface des plis du stratifié $[\pm 45]_s$

La figure 6.9 illustre le champ de contraintes dans le plan et hors plan du stratifié $[\pm 45]_s$. Les valeurs ont été évaluées à l'interface des plis à 45° et à -45° pour la moitié du stratifié, du centre à $y/b=0$ au rebord à $y/b=1$. Contrairement au stratifié $[0/90]_s$ les valeurs de la contrainte dans le plan σ_x , σ_y et τ_{xy} n'étaient pas constantes entre $y/b=0$ et à $y/b=0.925$. La variation des contraintes était causée par l'effet du moment produit par la torsion du stratifié. Comme pour le stratifié $[0/90]_s$, à partir de $y/b=0.925$ les contraintes dans le plan ont fortement variées en conséquence de l'effet de rebord. Au rebord, les contraintes transversale et de cisaillement dans le plan, σ_y et τ_{xy} , tendaient vers zéro comme aucune charge externe transversale ou de

cisaillement n'est appliquée au stratifié. Les valeurs des contraintes hors plan σ_z , τ_{yz} et τ_{xz} étaient nulle de $y/b=0$ à $y/b=0.925$, augmentaient à partir de $y/b=0.925$ et tendaient vers leurs valeurs maximales près du rebord à $y/b \approx 0.99$.

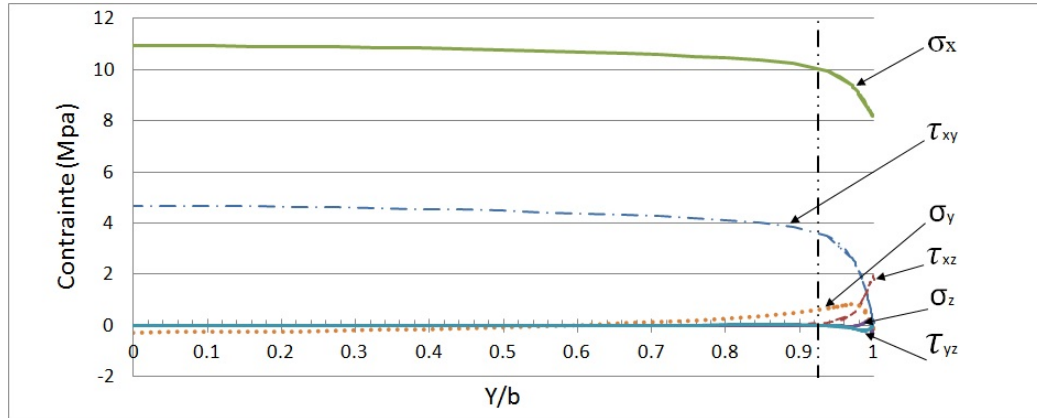


FIGURE 6.9: Champ de contraintes à l'interface des plis à $\pm 45^\circ$ ($z/h_0=1$) du stratifié $[\pm 45]_s$

Tout comme pour le modèle en tension, la présence d'une singularité aux rebords des stratifiés à l'interface des plis a été observée. Les valeurs de la contrainte interlaminaire au rebord augmentaient en fonction de l'augmentation du degré de liberté des modèles. Ces valeurs tendaient à converger à une distance suffisamment éloignée des rebords, distance qui a été déterminée par une étude de convergence.

6.6 Étude de convergence des contraintes interlaminaires à l'interface des plis des stratifiés $[0/90]_s$ et $[\pm 45]_s$

Afin de définir la zone de convergence, la différence entre les valeurs de la contrainte interlaminaire obtenue à partir des modèles utilisant un P-level 8 et un P-level 7 a été évaluée, tel que décrit en section 5.3. Le critère de convergence a été établi selon une différence de contrainte inférieure à 0.50 % afin de localiser la zone de convergence à partir d'un modèle composé de 2 éléments par l'épaisseur de chaque pli.

6.6.1 Résultats de l'étude de convergence des contraintes hors plan à l'interface des plis du stratifié $[0/90]_s$

La figure 6.10 illustre la différence entre les valeurs de la contrainte obtenues pour une analyse au P-level 8 et au P-level 7 pour les contraintes hors plan normale σ_z et en cisaillement τ_{yz} . Les valeurs ont été évaluées à l'interface des plis à 90° et à 0° selon la moitié de la largeur du stratifié $[0/90]_s$. Une différence de $\pm 0.50\%$ est désignée par deux lignes horizontales qui représentent les limites de convergence. La différence entre les valeurs de la contrainte à $y/b = 0.95$ est négligeable et augmente à l'approche du rebord où elle est supérieure à 3% . La zone de convergence où la différence est inférieure $\pm 0.50\%$, a été établie à $y/b \leq 0.995$ pour la contrainte hors plan normale σ_z et à $y/b \leq 0.993$ pour la contrainte de cisaillement τ_{yz} .

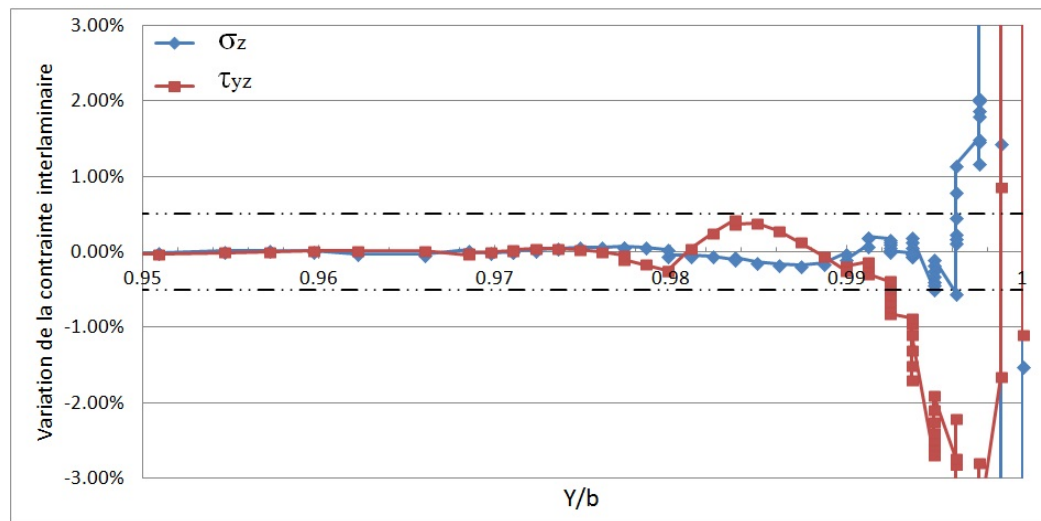


FIGURE 6.10: Résultats de l'étude de convergence montrant la différence de la contrainte hors plan à l'interface des plis à 0° et à 90° obtenue à partir du modèle utilisant un P-level 8 et un P-level 7

6.6.2 Résultats de l'étude de convergence des contraintes hors plan à l'interface des plis du stratifié $[\pm 45]_s$

La figure 6.11 illustre la différence entre les valeurs de la contrainte obtenues pour une analyse au P-level 8 et au P-level 7 pour les contraintes hors plan normale σ_z et

en cisaillement τ_{xz} et τ_{yz} , à l'interface des plis à $+45^\circ$ et à -45° du stratifié $[\pm 45]_s$. Une différence de $\pm 0.50\%$ est désignée par deux lignes horizontales qui représentent les limites de convergence. Comme pour le stratifié $[0/90]_s$, la différence entre les valeurs de la contrainte pour les deux contraintes à $y/b \leq 0.95$ est négligeable et augmente à l'approche du rebord où la différence de la contrainte est supérieure à 3% . La zone de convergence, où la différence est inférieure $\pm 0.50\%$, a été établie à $y/b \leq 0.994$ pour les contraintes hors plan normale σ_z et de cisaillement τ_{yz} . La zone de convergence pour la contrainte interlaminaire de cisaillement τ_{xz} a été définie à $y/b \leq 0.998$.

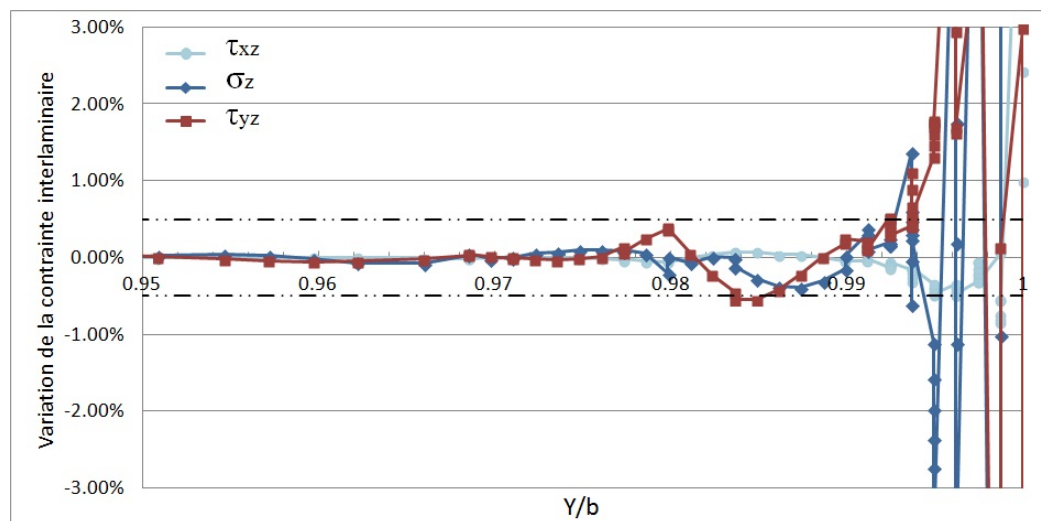


FIGURE 6.11: Résultats de l'étude de convergence montrant la différence de la contrainte hors plan à l'interface des plis à $+45^\circ$ et à -45° obtenue à partir du modèle utilisant un P-level 8 et un P-level 7

Une zone de convergence commune pour l'ensemble des contraintes hors plan a été définie à $y/b \leq 0.993$ soit à 0.05 mm du rebord. La zone de convergence était équivalente à celle définie pour les stratifiés en tension, tel que décrit en section 5.3.

6.7 Champs de contraintes interlaminaires des stratifiés $[0/90]_s$ et $[\pm 45]_s$ en zone de convergence

Les valeurs de la contrainte hors plan des stratifiés $[0/90]_s$ et $[\pm 45]_s$ à l'interface des plis ont été évaluées dans la zone de convergence définie à $y/b \leq 0.993$ afin d'ef-

fectuer une comparaison entre les deux stratifiés et d'identifier les contraintes hors plan maximales.

6.7.1 Champ de contraintes interlaminaires du stratifié $[0/90]_s$

La figure 6.12 illustre la contrainte hors plan entre les plis à 0° et à 90° du stratifié $[0/90]_s$ dans la zone de convergence de $y/b=0.75$ à $y/b=0.993$. La contrainte hors plan en cisaillement τ_{yz} débutait à $y/b=0.90$ et atteint une valeur maximale aux rebords. La contrainte hors plan normale σ_z débute à $y/b=0.90$ en tension pour ensuite changer en compression et atteindre une valeur maximale à l'approche du rebord. Comme pour le stratifié en tension, aucune contrainte interlaminaire en cisaillement τ_{xz} n'a été observée dans le stratifié $[0/90]_s$. Les valeurs maximales de contrainte hors plan du stratifié, extraites à $y/b=0.993$, sont listées au tableau 6.11.

6.7.2 Champ de contraintes interlaminaire du stratifié $[\pm 45]_s$

La figure 6.13 illustre la contrainte hors plan entre les plis à -45° et à 45° du stratifié $[\pm 45]_s$ de $y/b=0.75$ à $y/b=0.993$. Tout comme pour le stratifié en tension, la valeur de la contrainte interlaminaire en cisaillement τ_{xz} du stratifié $[\pm 45]_s$ était supérieure aux autres contraintes hors plan et la présence de la contrainte interlaminaire débutait à $y/b=0.895$. La contrainte hors plan normale σ_z débute à $y/b=0.90$ en tension pour ensuite changer en compression et atteindre une valeur maximale à l'approche du rebord. La contrainte en cisaillement τ_{yz} débute à $y/b=0.90$ et atteint une valeur maximale aux rebords. Les valeurs maximales de contrainte hors plan des stratifiés, extraites à $y/b=0.993$, sont listées au tableau 6.11.

6.8 Évaluation des contraintes maximales des stratifiés $[0/90]_s$ et $[\pm 45]_s$

Les contraintes maximales des stratifiés $[0/90]_s$ et $[\pm 45]_s$, définies aux sections précédentes, ont été regroupées afin d'être comparées aux contraintes ultimes du matériau. Afin de pouvoir comparer les contraintes ultimes avec les contraintes dans le plan, les valeurs de la contrainte dans le plan définies selon le système de coordonnées

TABLE 6.11: Contraintes interlaminaires maximales dans la zone de convergence pour les stratifiés $[0/90]_s$ et $[\pm 45]_s$

contrainte (MPa)	stratifié $[0/90]_s$		stratifié $[\pm 45]_s$	
	compression	tension	compression	tension
σ_z	0.29	-0.29	0.12	-0.12
τ_{xz}	0	0	3.51	3.51
τ_{yz}	0.50	0.50	-0.95	-0.95

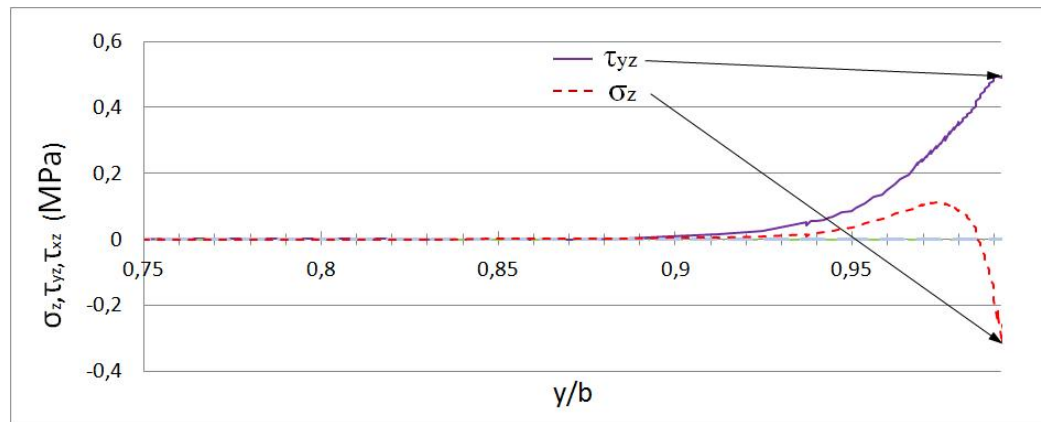


FIGURE 6.12: Contraintes hors plan du stratifié $[0/90]_s$ à l'interface des plis en zone de convergence - valeurs définies à $z/h_0 = 1$ au-dessous du plan médian, en tension

global x, y, z ont été transformées selon le système de coordonnées du matériau 1, 2, 3. La transformation de la valeur de la contrainte dans le système de coordonnées du matériau permet de définir la contrainte dans le plan selon la direction des renforts et de la matrice. Les contraintes selon le système du matériau sont listées aux tableaux 6.12 et 6.13 pour les stratifiés $[0/90]_s$ et $[\pm 45]_s$, respectivement.

Les valeurs des contraintes hors plan sont définies selon le système de coordonnées global x, y, z . Dans la direction hors plan, comme les fibres continues ne sont pas présentes et que la contrainte maximale se situe aux rebords du stratifié, la contrainte maximale est fonction de la géométrie du stratifié. Les contraintes maximales ainsi que leurs localisations dans le stratifié sont listées aux tableaux 6.14 et 6.15. Les contraintes ultimes du matériau dont les valeurs sont présentées au tableau 6.16 sont fonction de la fibre et de la matrice utilisées pour la fabrication du préimprégné.

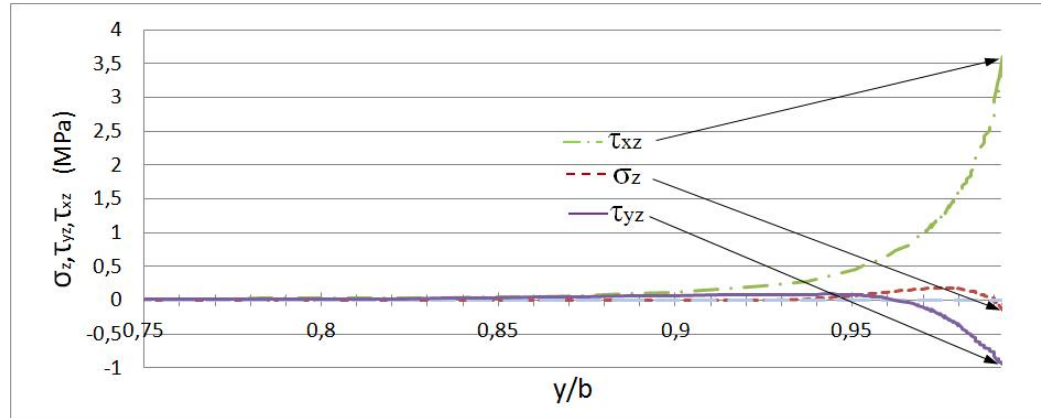


FIGURE 6.13: Contraintes hors plan du stratifié $[\pm 45]_s$ à l'interface des plis en zone de convergence - valeurs définies à $z/h_0 = 1$ au-dessous du plan médian, en tension

TABLE 6.12: Valeurs de la contrainte dans le plan du stratifié $[0/90]_s$ selon la direction du matériau (1,2,3)

No. pli	angle degré	z/h_0	σ_1 MPa	σ_2 MPa	τ_{12} MPa
1	0	-1.5	112.80	1.04	0
2	90	-0.5	-2.42	2.00	0
3	90	0.5	2.42	2.00	0
4	0	1.5	-112.80	-1.04	0

Les contraintes ultimes à 0° sont définies par les propriétés de la fibre tandis que les contraintes ultimes à 90° et hors plan sont définies par les propriétés de la matrice. Les valeurs de la contrainte ultime dans le plan ont été définies selon les valeurs de la fiche technique du matériau [47]. La valeur de la contrainte normale ultime hors plan en tension a été assumée être égale à la contrainte en tension à 90° . La valeur de la contrainte normale ultime hors plan en compression a été assumée être égale à la contrainte normale ultime à 0° en compression. Les valeurs de contrainte ultime de cisaillement hors plan ont été assumées être égale à la contrainte ultime normale hors plan en tension. Ces hypothèses ont été basées sur l'étude des propriétés dans le plan et hors plan d'un stratifié dont les résultats des contraintes ultimes hors plan obtenues ont produit le même comportement [48].

TABLE 6.13: Valeurs de la contrainte dans le plan du stratifié $[\pm 45]_s$ selon la direction du matériau (1,2,3)

No. pli	angle degré	z/h_0	σ_1 MPa	σ_2 MPa	τ_{12} MPa
1	45	-1.5	5.71	1.63	-5.08
2	-45	-0.5	9.76	0.22	1.69
3	-45	0.5	-9.76	-0.22	-1.69
4	45	1.5	-5.71	-1.63	5.08

Comme le stratifié analysé était mince, une charge à la rupture ne pouvait être appliquée sans produire une large déformation du stratifié, c'est pourquoi la charge appliquée au stratifié était inférieure à la charge à la rupture. Les contraintes maximales ont été comparées aux contraintes ultimes et une marge de sécurité a été calculée pour chaque contrainte.

TABLE 6.14: Contrainte maximale du stratifié $[0/90]_s$

contraintes dans le plan			contrainte ultime	marge
σ_1 (MPa)	$Z/h_0 = -2$	-150.36	3013	20.0
	$Z/h_0 = 2$	150.36	1744	11.6
σ_2 (MPa)	$Z/h_0 = -2$	-1.38	90	65.2
	$Z/h_0 = 2$	1.38	90	65.2
contraintes aux rebords			contrainte ultime	marge
σ_z (MPa)	$Z/h_0 = -1$	0.29	1744	6013.8
	$Z/h_0 = 1$	-0.29	90	224.8
τ_{yz} (MPa)	$Z/h_0 = -1$	0.50	90	180.0
	$Z/h_0 = 1$	0.50	90	180.0

6.8.1 Évaluation des contraintes maximales du stratifié $[0/90]_s$

La contrainte maximale (σ_1) dans le plan du stratifié $[0/90]_s$ est localisée aux surfaces extérieures du stratifié ($z/h_0 = \pm 2$). Les contraintes maximales hors plan τ_{yz}

évaluées à partir du modèle sont situées à l'interface des plis à 0° et 90° ($z/h_0 = \pm 1$), aux rebords du stratifié. La contrainte maximale dans le plan σ_1 est 300 fois supérieure à la contrainte hors plan τ_{yz} . Selon le tableau 6.14, la valeur de la contrainte σ_1 en compression constitue la valeur critique, la marge de sécurité n'étant que 11.6. Les contraintes hors plan du stratifié $[0/90]_s$, avec une marge de sécurité étant de 180.0, n'étaient pas critiques.

TABLE 6.15: Contraintes maximales du stratifié $[\pm 45]_s$

contraintes dans le plan		contrainte ultime	marge	
σ_1 (MPa)	$Z/h_0 = -2$	-14.24	3013	211.6
	$Z/h_0 = 2$	14.24	1744	122.5
σ_2 (MPa)	$Z/h_0 = -2$	0.02	90	4500
	$Z/h_0 = 2$	-0.02	90	4500
τ_{12} (MPa)	$Z/h_0 = -2$	-5.90	139	23.6
	$Z/h_0 = 2$	5.90	139	23.6
contraintes aux rebords		contrainte ultime	marge	
σ_z (MPa)	$Z/h_0 = -1$	-0.12	1744	14533
	$Z/h_0 = 1$	0.12	90	750.0
τ_{yz} (MPa)	$Z/h_0 = -1$	-0.95	90	94.7
	$Z/h_0 = 1$	-0.95	90	94.7
τ_{xz} (MPa)	$Z/h_0 = -1$	3.51	90	25.6
	$Z/h_0 = 1$	3.51	90	25.6

6.8.2 Évaluation des contraintes maximales du stratifié $[\pm 45]_s$

Les contraintes maximales dans le plan σ_1 , σ_2 et τ_{12} du stratifié $[\pm 45]_s$ sont localisées près des surfaces extérieures du stratifié ($z/h_0 = \pm 2$). Listée au tableau 6.15, la valeur de la contrainte de cisaillement τ_{12} , avec une marge de sécurité de 23.6, constitue la valeur critique du stratifié. Bien que les contraintes interlaminaires en cisaillement τ_{xz} du stratifié $[\pm 45]_s$ soient inférieures aux contraintes dans le plan, avec une marge de sécurité de 25.6, elles constituent aussi une valeur critique.

TABLE 6.16: Contraintes ultimes unidirectionnelles carbone époxy CYCOM 5276-1/G40-800 [47]

propriété	contrainte ultime (MPa)
0° - tension	3013 MPa
0° - compression	1744 MPa
90° - tension	90 MPa
hors plan - tension	90 MPa
hors plan - compression	1744 MPa
cisaillement dans le plan	139 MPa
cisaillement hors plan	90 MPa

6.9 Sommaire

La modélisation des stratifiés soumis à un essai de flexion 4-point a permis d'obtenir les champs de contraintes des stratifiés à $[0/90]_s$ et $[\pm 45]_s$. Les contraintes hors plan ont été évaluées à l'interface des plis près des rebords. Tout comme pour le stratifié soumis à une tension uni-axiale, la présence d'une singularité dans les valeurs des contraintes interlaminaires a été observée. Toutefois, une zone de convergence à 0.05 mm du rebord a été définie pour l'ensemble des contraintes interlaminaires. Tout comme le stratifié en tension, la contrainte hors plan est plus importante dans le stratifié $[\pm 45]_s$ en raison du comportement de la contrainte de cisaillement dans le plan τ_{xy} .

En plus de la contrainte interlaminaire aux rebords, la présence de contraintes hors plan en cisaillement a été observée au plan médian du stratifié $[\pm 45]_s$. Toutefois, les valeurs de ces contraintes de cisaillement étaient négligeables par rapport à la contrainte interlaminaire aux rebords.

L'analyse des contraintes maximales des stratifiés $[0/90]_s$ et $[\pm 45]_s$ montre que la contrainte interlaminaire dans le stratifié $[0/90]_s$ ne semble pas être critique par rapport aux contraintes ultimes du matériau. La marge de sécurité pour les contraintes hors plan était de 180.0 comparativement à 11.6 de la marge de sécurité pour la contrainte longitudinale en compression dans le plan σ_1 . Les contraintes interlami-

naires du stratifié $[\pm 45]_s$ pourraient être critiques, particulièrement la contrainte de cisaillement hors plan τ_{xz} dont la marge de sécurité était de 25.6 et que la valeur maximale était du même ordre que la contrainte ultime hors plan du stratifié. La marge de sécurité de la contrainte de cisaillement hors plan τ_{xz} était du même ordre que la marge de sécurité de 23.6 de la contrainte de cisaillement dans le plan τ_{xy} .

Comme le laminé était mince, une charge à la rupture ne pouvait être appliquée sans créer une large déformation. Cette large déformation rend l'analyse du stratifié non linéaire ne nous permettant pas d'extrapoler les résultats obtenus pour définir la charge à la rupture. Afin de définir la charge à la rupture à partir du modèle actuel, l'analyse d'un stratifié plus épais est nécessaire afin d'éviter la large déformation.

Évaluation de la contrainte de stratifiés soumis à un essai de flexion 4-point

Les résultats expérimentaux sur le stratifié A, décrits en section 4.1, ont permis de définir une vie de plus de 4 millions de cycles lors d'essais de flexion 4-point en fatigue. La charge appliquée lors de l'essai correspondait à 80% de la contrainte à la rupture du stratifié [43]. Tel que vu dans les chapitres précédents, les faibles valeurs de la contrainte interlaminaire hors plan des stratifiés, dont les plis sont orientés uniquement à 0° et à 90° , peut expliquer la grande résistance en fatigue de ce stratifié. Comme la présence de contrainte hors plan peut provoquer la délamination causant la rupture du stratifié [1–3], la comparaison de différents laminés dont les contraintes hors plan différent est une première étape afin de déterminer une corrélation entre la vie des stratifiés en fatigue et le champ de contraintes hors plan. Afin de pouvoir déterminer cette corrélation, l'objectif de l'étude décrit dans le présent chapitre était :

1. De sélectionner des stratifiés dont les rigidités en flexion sont équivalentes.
2. D'évaluer les contraintes hors plan de ces stratifiés.
3. De comparer les valeurs des contraintes hors plan entre les stratifiés.

7.1 Description du modèle et caractéristiques des stratifiés

La modélisation des stratifiés a été effectuée à partir du logiciel StressCheck où chaque pli était défini par 2 éléments d'épaisseur, tel que décrit au chapitre 6. Trois stratifiés ont été sélectionnés pour l'analyse. Le premier stratifié, le stratifié A, a été défini afin de correspondre au stratifié évalué expérimentalement lors d'essai de flexion 4-point [43]. Tel que vu au chapitre 4, la séquence de drapage du stratifié était $[(0/90)_4]_s$. La séquence de drapage et l'orientation des plis du second stratifié, le stratifié C, était $[0/45/90/ - 45/0/45/90/ - 45/0]_s$ tel qu'illustre la figure 7.1 (a). La séquence de drapage du stratifié C a été définie afin d'obtenir une résistance à la

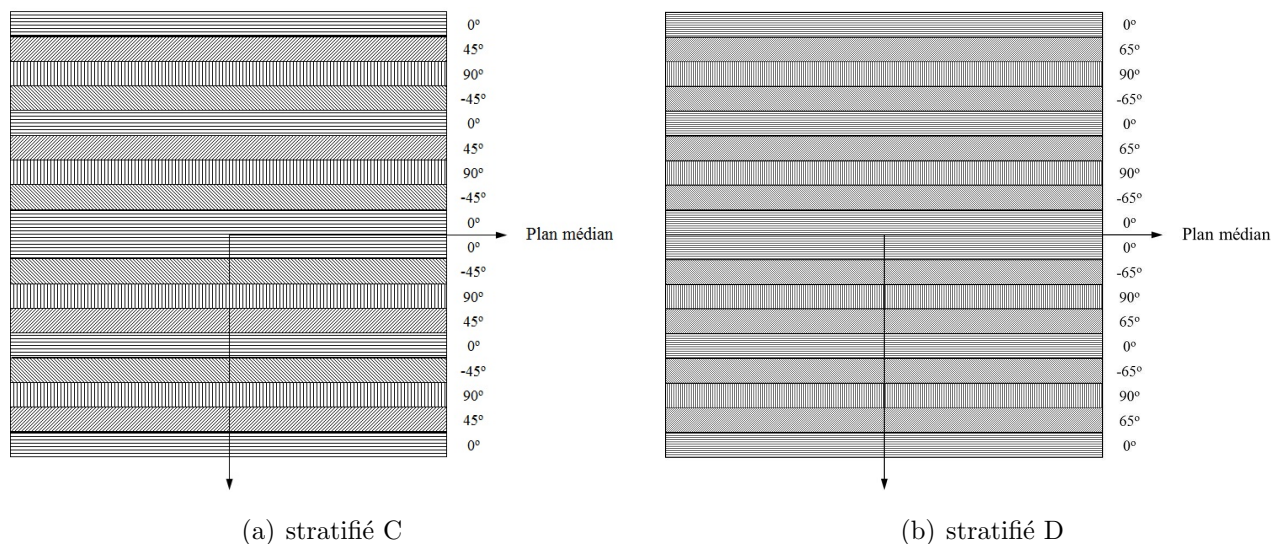


FIGURE 7.1: Séquence de drapage des stratifiés

flexion équivalente au stratifié A. L'ajout de plis à $\pm 45^\circ$ dans le stratifié C permettait d'ajouter de la résistance en cisaillement et en torsion, représentant un stratifié type utilisé en service. La séquence de drapage et l'orientation des plis du troisième stratifié, le stratifié D, était $[0/65/90/ - 65/0/65/90/ - 65/0]_s$, tel qu'illustre la figure 7.1 (b). Tel que pour le stratifié C, la séquence de drapage du stratifié D a été définie afin d'obtenir une résistance à la flexion équivalente au stratifié A. L'ajout des plis à $\pm 65^\circ$ dans le stratifié D permettait d'ajouter de la résistance en cisaillement et en torsion. Toutefois tel que vue au chapitre 5, le remplacement des plis à $\pm 45^\circ$ par des plis à $\pm 65^\circ$ a été effectué dans le but de réduire la contrainte interlaminaire aux rebords.

Les propriétés du matériau pour les trois stratifiés, listées à la table 4.2, correspondaient au préimprégné carbone époxy CYCOM 5276-1/G40-800, matériau utilisé pour les essais expérimentaux de flexion 4-point.

7.1.1 Conditions de charges et d'appuis

Les conditions de charges et d'appuis correspondaient aux conditions utilisées pour l'analyse des modèles décrite au chapitre 6. Les cylindres supérieurs étaient représentés par une charge de 1180 Newton. Cette charge représentait la charge maximale appliquée lors des essais expérimentaux [43], tel que vue au chapitre 4.

7.1.2 Solution d'analyse - validation de l'utilisation de l'analyse linéaire

Des analyses linéaires ont été effectuées pour calculer les champs de contraintes des stratifiés. Comme la charge appliquée au modèle était 10 fois supérieure à la charge utilisée lors des analyses présentées aux chapitres précédents, afin de valider la linéarité des résultats une analyse non linéaire a été effectuée afin de comparer les résultats avec une analyse linéaire. Les résultats obtenus des analyses linéaire et non linéaire sont illustrés à la figure 7.2 où les valeurs de la contrainte longitudinale σ_x sont tracées selon l'épaisseur du stratifié A - $[(0/90)_4]_s$. Les résultats obtenus ont montré une variation de 2.35% entre les résultats de l'analyse linéaire et non linéaire. Cette faible variation de résultats de l'analyse linéaire et de l'analyse non linéaire confirme la validité de l'utilisation de l'analyse linéaire.

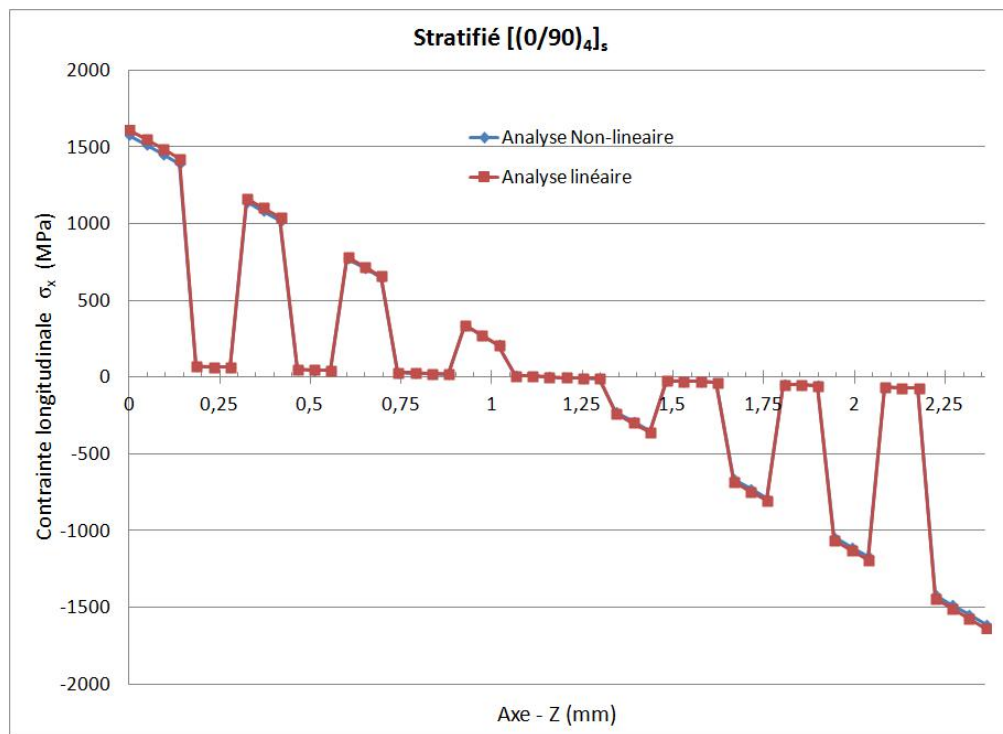


FIGURE 7.2: Résultats des analyses linéaire et non linéaire - contrainte longitudinale σ_x évaluée selon l'épaisseur du stratifié $[(0/90)_4]_s$

7.2 Contrainte interlaminaire due à l'effort tranchant évaluée au plan médian des stratifié A, C et D

La présence de plis à angle dans les stratifiés soumis à un essai de flexion 4-point produisait des contraintes de cisaillement hors plan au plan médian du stratifié, tel que vu au chapitre 6. La contrainte au plan médian a été évaluée pour les stratifiés A, C et D. La figure 7.3 illustre la contrainte de cisaillement hors plan τ_{yz} due à l'effort tranchant et extraite le long des stratifiés au plan médian entre $x = 30$ et $x = 70$. On peut observer que la contrainte de cisaillement τ_{yz} est nulle pour le stratifié A mais que la présence de plis à angles dans les stratifiés C et D produit une contrainte de cisaillement τ_{yz} dans les deux stratifiés. Cette contrainte était plus importante dans le stratifié C que le stratifié D. Pour les deux stratifiés, les valeurs maximales étaient situées près des points de charge et la contrainte était nulle au centre du stratifié à $x = 50$.

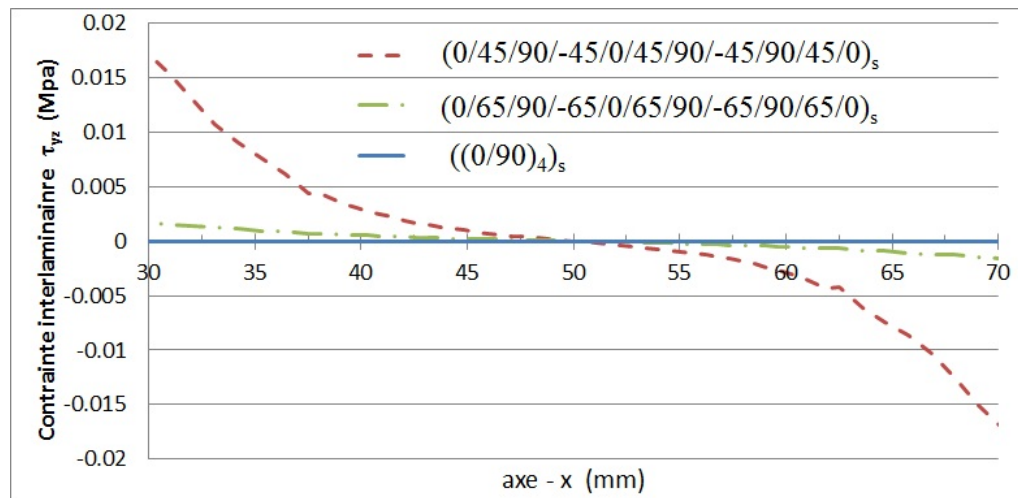


FIGURE 7.3: Contrainte hors plan τ_{yz} du à l'effort tranchant entre les points de charge des stratifiés A, C et D

7.3 Évaluation des contraintes interlaminaires des stratifiés A, C et D

Afin de comparer la contrainte interlaminaire hors plan aux rebords des stratifiés A, C et D, les valeurs ont été extraites selon l'épaisseur des plis en travée centrale

des stratifiés. Afin de comparer des valeurs finies des contraintes interlaminaires, les valeurs des contraintes ont été extraites en zone de convergence à $y/b = 0.993$ ou 0.05 mm de distance du rebord, tel que décrit au chapitre 6.

La figure 7.4 illustre la variation de la contrainte interlaminaire hors plan selon l'épaisseur du stratifié A. On peut observer que les contraintes hors plan maximales, listées au tableau 7.1, se retrouvaient à l'interface des plis 1 et 2 à $z/h_0=1$ et entre les plis 15 et 16 à $z/h_0=15$. La contrainte de cisaillement τ_{yz} était la contrainte hors plan maximale et la contrainte de cisaillement τ_{xz} était nulle dans le stratifié. Ceci correspondait aux résultats d'un stratifié dont les plis sont orientés à 0° et 90° , tel que vue au chapitre 6.

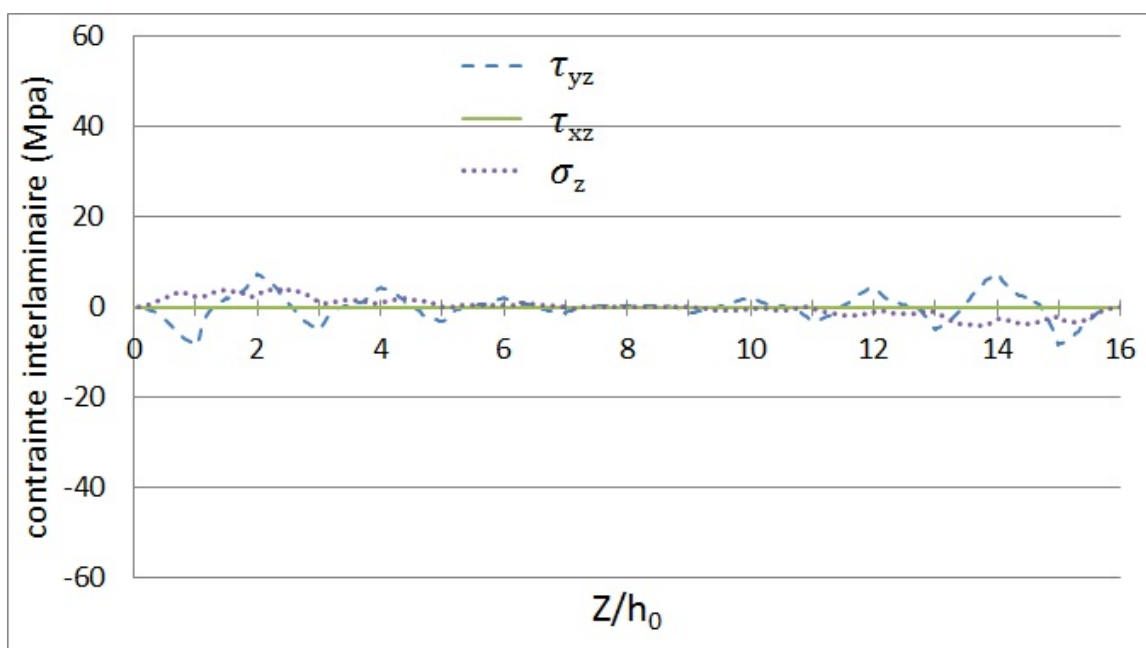


FIGURE 7.4: Contrainte interlaminaire hors plan selon l'épaisseur du stratifié A dans la zone de convergence à $y/b=0.993$ - stratifié soumis à une charge de 1180 Newton

La figure 7.5 illustre la variation de la contrainte interlaminaire hors plan selon l'épaisseur du stratifié C. On peut observer que les contraintes hors plan maximales, listées au tableau 7.1, se retrouvaient à l'interface des plis 2 et 3 à $z/h_0=2$ et entre les plis 15 et 16 à $z/h_0=16$. Les valeurs des contraintes de cisaillement τ_{xz} , τ_{yz} et σ_z maximales étaient supérieures à la contrainte maximale du stratifié A. La contrainte maximale de cisaillement τ_{yz} du stratifié C était 6.54 fois supérieure à la contrainte

maximale de cisaillement τ_{yz} du stratifié A.

TABLE 7.1: Contraintes interlaminaires hors plan maximales des stratifiés A, C et D en zone de convergence à $y/b=0.993$.

stratifié A			stratifié C			stratifié D		
τ_{xz} (MPa)	-	0	τ_{xz} (MPa)	$Z/h_0 = 2$	-53.6	τ_{xz} (MPa)	$Z/h_0 = 2$	-10.2
	-	0		$Z/h_0 = 16$	-53.6		$Z/h_0 = 16$	-10.2
τ_{yz} (MPa)	$Z/h_0 = 1$	-8.2	τ_{yz} (MPa)	$Z/h_0 = 2$	-52.1	τ_{yz} (MPa)	$Z/h_0 = 2$	-22.2
	$Z/h_0 = 15$	-8.2		$Z/h_0 = 16$	-52.1		$Z/h_0 = 16$	-22.2
σ_z (MPa)	$Z/h_0 = 1$	1.3	σ_z (MPa)	$Z/h_0 = 2$	18.2	σ_z (MPa)	$Z/h_0 = 2$	11.3
	$Z/h_0 = 15$	-1.3		$Z/h_0 = 16$	-18.2		$Z/h_0 = 16$	-11.3

La figure 7.6 illustre la variation de la contrainte interlaminaire hors plan selon l'épaisseur du stratifié D. Les contraintes interlaminaires dans le stratifié D se comportaient de façon similaire aux contraintes interlaminaires du stratifié C. Les valeurs de contrainte maximales, listées au tableau 7.1, se retrouvaient à l'interface des plis 2 et 3 à $z/h_0=2$ et entre les plis 15 et 16 à $z/h_0=16$. Toutefois, tel que vue au chapitre 5, en remplaçant les plis à $\pm 45^\circ$ par des plis à $\pm 65^\circ$, la contrainte de cisaillement dans le plan τ_{xy} du stratifié D était réduite par rapport à celle du stratifié C, réduisant conséquemment la contrainte de cisaillement hors plan τ_{xz} aux rebords. Par exemple, la valeur maximale de la contrainte de cisaillement hors plan τ_{xz} était 5 fois supérieure dans le stratifié C que dans le stratifié D. En comparant l'ensemble de contraintes interlaminaires des stratifiés, listées au tableau 7.1, on observe que le stratifié C comporte plus importantes contraintes interlaminaires hors plan que les stratifiés A et D.

7.4 Comparaison des contraintes maximales des stratifiés A et C aux contraintes ultimes du matériau

En appliquant une charge de 1180 Newton, correspondant à la charge maximale appliquée lors des essais expérimentaux de flexion 4-point en fatigue [43], l'analyse a obtenu une valeur de contrainte longitudinale en compression σ_1 de 1600 MPa

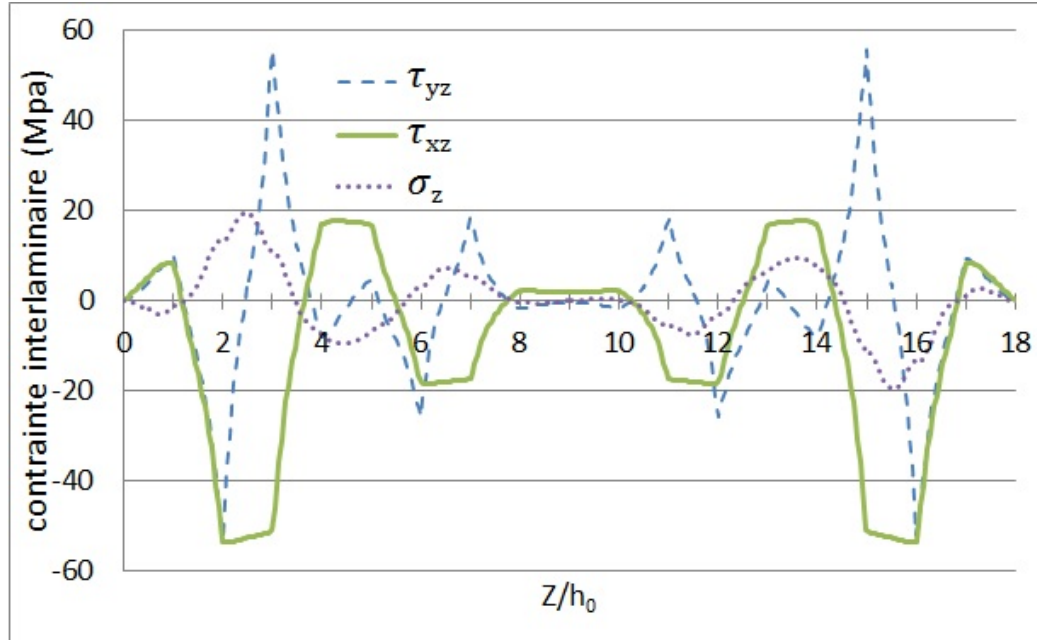


FIGURE 7.5: Contrainte interlaminaire hors plan selon l'épaisseur du stratifié C dans la zone de convergence à $y/b=0.993$ - stratifié soumis à une charge de 1180 Newton

aux plis supérieurs des stratifiés. Les essais expérimentaux en fatigue ont montré une rupture en flambage au pli supérieure du stratifié A [43]. Ce mode de rupture peut s'expliquer par la contrainte ultime en compression du matériau de 1744 MPa. La contrainte longitudinale dans le plan σ_1 et les contraintes hors plan σ_z, τ_{yz} et τ_{xz} maximales des stratifiés A et C, listées au tableau 7.2, ont été comparées aux contraintes ultimes du matériau. On peut observer pour les deux stratifiés, que la contrainte critique était la contrainte longitudinale en compression avec un facteur de sécurité de 1.09. Toutefois en comparant les contraintes hors plan des stratifiés A et C on note une différence significative entre les valeurs. Les valeurs maximales de la contrainte interlaminaire hors plan du stratifié C étaient largement supérieures aux valeurs maximales du stratifié A. En comparant les valeurs maximales de la contrainte interlaminaire des stratifiés A et C avec les contraintes ultimes du matériau, on obtient une marge de sécurité inférieure pour le stratifié C. La marge de sécurité de la contrainte de cisaillement τ_{yz} du stratifié A était de 11.0 et la marge de sécurité des contraintes de cisaillement τ_{xz} et τ_{yz} du stratifié C était de 1.7.

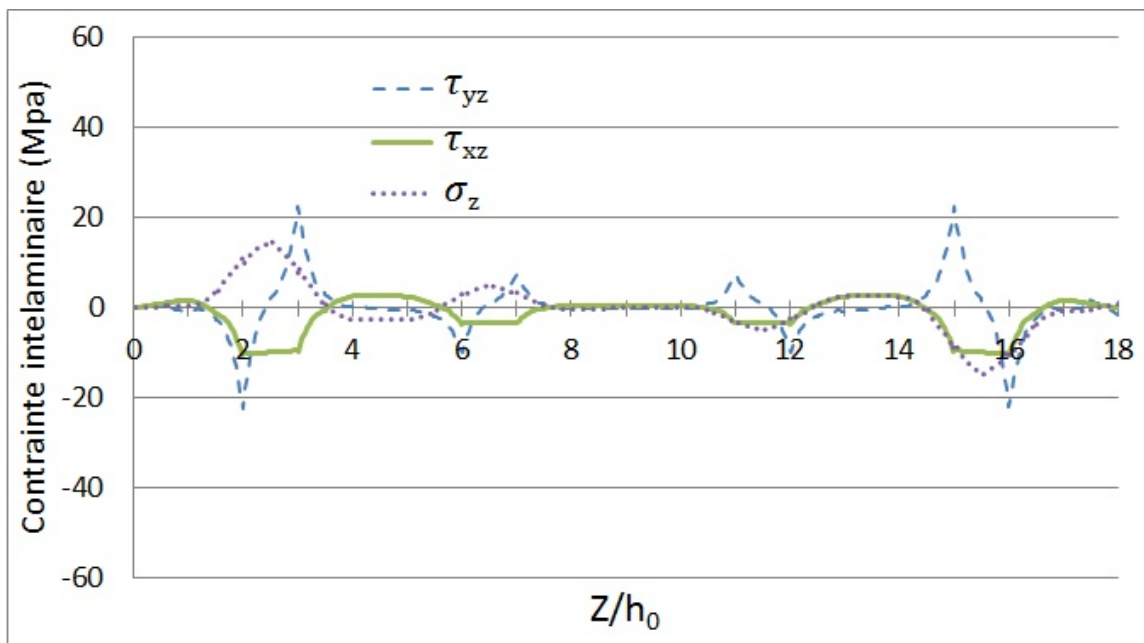


FIGURE 7.6: Contrainte interlaminaire hors plan selon l'épaisseur du stratifié D dans la zone de convergence à $y/b=0.993$ - stratifié soumis à une charge de 1180 Newton

7.5 Sommaire

Le présent chapitre a comparé le champ de contrainte dans le plan et hors plan de trois différents stratifiés soumis à un essai de flexion 4-point. L'ensemble des stratifiés dont la rigidité en flexion était équivalente était soumis à une même charge de 1180 Newton correspondant à la valeur maximale appliquée lors des essais expérimentaux de flexion 4-point en fatigue [43]. Trois stratifiés ont été sélectionnés pour l'analyse, le stratifié A composé de plis orientés à 0° et 90° , le stratifié C composé de plis à 0° , 90° et $\pm 45^\circ$ et le stratifié D composé de plis à 0° , 90° et $\pm 65^\circ$. La séquence des plis et l'orientation des renforts ont permis d'obtenir des stratifiés dont la rigidité en flexion était équivalente, mais les valeurs des contraintes interlaminaires aux rebords variaient. L'ajout de plis à angle augmentait la présence de contrainte interlaminaire hors plan. Toutefois, en modifiant l'orientation des plis du stratifié D à $\pm 65^\circ$ les valeurs de la contrainte interlaminaire étaient réduites considérablement par rapport au stratifié C.

Une contrainte de cisaillement hors plan τ_{yz} au plan médian causée par l'effort

TABLE 7.2: Contraintes maximales des stratifiés A et C et marges de sécurité

stratifié A				stratifié C			
contraintes maximales		contrainte ultime	marge	contraintes maximales		contrainte ultime	marge
σ_1 (MPa)	-1600	1744	1.09	σ_1 (MPa)	-1600	1744	1.09
σ_z (MPa)	1.3	90	69.2	σ_z (MPa)	18.2	90	4.9
τ_{yz} (MPa)	-8.2	90	11.0	τ_{yz} (MPa)	-53.6	90	1.7
τ_{xz} (MPa)	-	90	-	τ_{xz} (MPa)	-52.1	90	1.7

tranchant a été observée dans les stratifiés C et D. La torsion, causée par l'angle des plis des stratifiés C et D, combinée aux contraintes des supports de l'essai de flexion 4-point produisait cette contrainte hors plan de cisaillement τ_{yz} au plan médian. Toutefois, ces valeurs étaient 340 fois inférieures à la contrainte interlaminaire aux rebords. Conséquemment la contrainte de cisaillement au plan médian ne devrait pas avoir d'influence sur le comportement en fatigue des stratifiés.

En comparant les contraintes maximales des stratifiés A et C aux contraintes ultimes du matériau, on observe que la contrainte critique était la contrainte longitudinale de compression σ_x avec une marge de sécurité de 1.09. Ceci correspondait au mode de rupture du stratifié A, où le pli supérieur flambait lors des essais expérimentaux [43].

Les faibles valeurs de la contrainte interlaminaire du stratifié A tendent à expliquer la résistance en fatigue du stratifié. La présence des contraintes interlaminaires dans les stratifiés C et D devrait théoriquement affecter le comportement en fatigue de ces stratifiés comme la marge de sécurité des contraintes hors plan de cisaillement est du même ordre que la marge de sécurité de la contrainte longitudinale. Il a été démontré que les contraintes hors plan aux rebords pouvaient produire une délamination des plis et une rupture en fatigue du stratifié [2, 3, 20]. Conséquemment, il est possible que des essais en fatigue du stratifié C produisent une rupture du stratifié pour un nombre de cycles inférieur à ceux obtenus pour le stratifié A.

Conclusions et recommandations

L'objectif de la présente étude était de développer une méthodologie permettant de prédire la distribution de la contrainte interlaminaire d'un stratifié soumis à un essai en flexion 4-point dans le but éventuel d'étudier la relation entre le comportement en fatigue d'un stratifié et les valeurs de la contrainte interlaminaire aux rebords. Trois logiciels d'analyse par éléments finis (ANSYS, Stress Check et PATRAN/NASTRAN) ont été utilisés afin de développer une méthode logique pour la création d'un modèle et l'extraction de résultats.

Une révision de la documentation pertinente publiée sur le sujet de la thèse et un survol des théories sur les sujets couverts dans cet ouvrage ont été effectués afin de bien comprendre les phénomènes étudiés dans la présente étude.

Afin d'évaluer les trois logiciels commerciaux d'analyses par éléments finis, les résultats de la déformation et la contrainte dans le plan d'un modèle représentant un stratifié soumis à un essai en flexion 4-point ont été présentés pour chacun des logiciels utilisés. Les résultats numériques ont été comparés aux résultats analytiques en utilisant la théorie classique des stratifiés.

Afin d'évaluer la contrainte interlaminaire hors plan d'un stratifié obtenue par l'analyse par éléments finis, une analyse a été effectuée à l'aide des trois logiciels sur un modèle simple d'un stratifié soumis à une charge longitudinale en tension utilisé lors d'études antérieures. L'analyse a été effectuée à partir de modèles constitués d'un nombre d'éléments variable afin d'effectuer une étude de convergence et valider les résultats obtenus. Les résultats pour la contrainte interlaminaire obtenus à partir des logiciels évalués ont été comparés avec les résultats d'études antérieures.

Enfin, une étude de la contrainte interlaminaire de stratifiés soumis à une charge en flexion a été effectuée par analyse numérique sur un modèle représentant un stratifié soumis à un essai en flexion 4-point. Les valeurs de la contrainte obtenues ont été comparées aux valeurs des contraintes ultimes du matériau afin de déterminer les

contraintes critiques des stratifiés.

8.1 Conclusions

Les résultats numériques obtenus pour le champ de contraintes dans le plan des stratifiés soumis à un essai de flexion 4-point étaient équivalents pour les modèles en 2D et 3D et ce pour l'ensemble des logiciels évalués. Ceci montre que la modélisation tridimensionnelle des stratifiés n'est pas requise pour l'analyse des contraintes dans le plan pour ce type de stratifié et selon les conditions frontière d'un essai de flexion 4-point.

Les résultats numériques obtenus à partir de la modélisation du stratifié $[(0/90)_4]_s$ ont montré un fléchissement équivalent aux résultats expérimentaux. Les valeurs de déplacements du stratifié (fléchissement) sont équivalentes pour les résultats numériques et expérimentaux, et ce malgré la simplicité du modèle utilisé.

Une comparaison de la contrainte entre les résultats analytiques (obtenue par la théorie classique des stratifiés) et les résultats numériques a montré que les conditions frontière de l'essai de flexion 4-point produit un couple interne pour les stratifiés dont les plis sont orientés à angle. La valeur du couple interne peut être déterminée et utilisée pour calculer analytiquement les contraintes dans le plan d'un stratifié en flexion 4-point à partir de la théorie classique des stratifiés .

Afin d'évaluer les contraintes interlaminaires des stratifiés, la modélisation tridimensionnelle a été requise. Pour ce faire, chaque pli est représenté par un ou plusieurs éléments selon l'épaisseur de chaque pli. L'ensemble des logiciels utilisés ont permis d'évaluer les contraintes interlaminaires aux rebords des stratifiés. Ces valeurs ont été validées en comparant les résultats numériques obtenus avec les résultats d'études antérieures.

L'approche de modélisation macroscopique, où chaque pli est défini par un matériau homogène et isotrope, a créé des singularités de contraintes à l'interface des plis aux rebords. Ces singularités sont produites par la discontinuité des propriétés des plis adjacents. Tel qu'observé lors d'études antérieures, la valeur des contraintes interlaminaires tend à converger à une certaine distance du rebord. Une zone de convergence

a été définie en évaluant la variation des contraintes selon le degré de liberté du modèle. L'utilisation de la méthode-P a permis de définir avec précision cette zone de convergence en variant le degré polynomial tout en conservant la même position des éléments dans chaque modèle. Bien que le modèle utilisé ne permette pas de déterminer la valeur maximale de la contrainte interlaminaire située en zone de singularité, en évaluant les contraintes interlaminaires en zone de convergence, une comparaison entre les différents stratifiés peut être effectuée selon la valeur des contraintes interlaminaires de chacun des stratifiés.

L'analyse des stratifiés $[\pm 45]_s$ et $[0/90]_s$, a démontré que les contraintes interlaminaires sont plus importantes dans le stratifié $[\pm 45]_s$, principalement la contrainte de cisaillement τ_{xz} . Cette contrainte interlaminaire hors plan étant produite par la variation de la contrainte de cisaillement dans le plan τ_{xy} . En réduisant la contrainte de cisaillement dans le plan τ_{xy} la contrainte de cisaillement interlaminaire τ_{xz} est réduite dans le stratifié.

Les contraintes interlaminaires de trois types de stratifiés ont été évaluées. Le nombre de plis ainsi que l'orientation des renforts ont été définis afin d'obtenir des stratifiés dont la rigidité en flexion est similaire, mais dont les contraintes interlaminaires varient. Les trois stratifiés analysés $[(0/90)_4]_s$, $[0/65/90/-65/0/65/90/-65/0]_s$ et $[0/45/90/-45/0/45/90/-45/0]_s$ ont produit des contraintes interlaminaires de différents niveaux soient faibles, moyennes et élevées. La comparaison des contraintes interlaminaires permettra d'analyser le comportement en fatigue des différents stratifiés à partir d'essais expérimentaux et de définir un facteur entre les contraintes interlaminaires et le comportement en fatigue des stratifiés.

8.2 Recommandations

La modélisation du stratifié mince de composite en flexion 4-point a été effectuée en utilisant des conditions de frontière simples où le modèle était supporté aux extrémités des arêtes avec une charge verticale appliquée à la surface supérieure. Bien que les résultats obtenus du modèle correspondaient aux valeurs expérimentales, la modélisation des cylindres et une analyse par contact permettraient une meilleure

représentation de l'essai de flexion 4-point. Dans le cas où le fléchissement du stratifié serait large, une telle modélisation est nécessaire, car la charge appliquée au stratifié n'est plus verticale, mais plutôt normale à la surface du stratifié. De plus, une analyse en large fléchissement serait nécessaire afin de déterminer les contraintes ultimes à la rupture du stratifié. De plus, l'étude du comportement des contraintes hors plan de stratifié selon différentes conditions frontière tel qu'un stratifié encasté permettrait de mieux comprendre le comportement de ce type de contrainte pour les structures composites en service.

Une analyse expérimentale en fatigue des stratifiés $[0/65/90/ - 65/0/65/90/ - 65/0]_s$ et $[0/45/90/ - 45/0/45/90/ - 45/0]_s$ permettrait de mieux comprendre le comportement en fatigue des stratifiés et ainsi évaluer la relation entre les contraintes interlaminaires et le comportement en fatigue des stratifiés.

L'approche utilisée pour la modélisation des stratifiés était du type macro-mécanique où chaque pli était défini comme homogène et orthotrope. Cette approche produit une singularité aux rebords du stratifié à l'interface des plis. Une approche micro-mécanique où la fibre et la résine sont définies individuellement dans le modèle pourrait être utilisée. Ceci permettrait de réduire la singularité aux rebords à l'interface des plis et ainsi obtenir les valeurs maximales des contraintes hors plan aux rebords des stratifiés.

Bibliographie

- [1] J. M. Whitney and C. E. Browning. Free-Edge Delamination of Tensile Coupons. *Journal of Composite Materials*, 6 :300–303, 1972.
- [2] R. Harrison and M. Bader. Damage development in CFRP laminates under monotonic and cyclic stressing. *Fibre Science and Technology*, 18 :163–180, 1983.
- [3] Daniel Kujawski. Width effects on the tensile strength and fatigue behavior of angle-ply laminates. *International Journal of Fatigue*, 20 :575–580, 1998.
- [4] R. L. Taylor. On the Theory of Laminated Anisotropic Shells and Plates. 1962.
- [5] R. Czarnek, D. Post, and C. Herakovich. Edge Effects in Composites by Moiré Interferometry. *Experimental Techniques*, 7 :18–21, 1983.
- [6] C. T. Herakovich, D. Post, M. B. Buczek, and R. Czarnek. Free Edge Strain Concentrations in Real Composite Laminates : Experimental-Theoretical Correlation. *Journal of Applied Mechanics-transactions of The Asme*, 52, 1985.
- [7] Pauline Lecomte-Grosbras, Bernard Paluch, Mathias Brieu, Géry De Saxcé, and Laurent Sabatier. Interlaminar shear strain measurement on angle-ply laminate free edge using digital image correlation. *Composites Part A-applied Science and Manufacturing*, 40 :1911–1920, 2009.
- [8] R. Byron Pipes and N. J. Pagano. Interlaminar Stresses in Composite Laminates Under Uniform Axial Extension. *Journal of Composite Materials*, 4 :538–548, 1970.
- [9] A. H. Puppo and H. A. Evensen. Interlaminar shear in laminated composites under generalized plane stress. *J. Composite Materials*, 4 :204–220, April 1970.
- [10] J. Whitcomb. Reliability of the finite element method for calculating free edge stresses in composite laminates. *Computers & Structures*, 15 :23–37, 1982.
- [11] A. S. D. Wang and Frank W. Crossman. Some New Results on Edge Effect in Symmetric Composite Laminates. *Journal of Composite Materials*, 11 :92–106, 1977.
- [12] N. Salamon. Interlaminar stresses in a layered composite laminate in bending. *Fibre Science and Technology*, 11 :305–317, 1978.
- [13] I. Raju. Interlaminar stress singularities at a straight free edge in composite laminates. *Computers & Structures*, 14 :21–28, 1981.
- [14] N. Bauldjr, J. Goree, and L. Tzeng. A comparison of finite-difference and finite-element methods for calculating free edge stresses in composites. *Computers & Structures*, 20 :897–914, 1985.
- [15] G. Isakson and A. Levy. Finite-Element Analysis of Interlaminar Shear in Fibrous Composites. *Journal of Composite Materials*, 5 :273–276, 1971.

- [16] R. Esquej, L. Castejon, M. Lizaranzu, M. Carrera, A. Miravete, and R. Miralbes. A new finite element approach applied to the free edge effect on composite materials. *Composite Structures*, 98(0) :121 – 129, 2013.
- [17] R. Spilker. A traction-free-edge hybrid-stress element for the analysis of edge effects in cross-ply laminates. *Computers & Structures*, 12 :167–179, 1980.
- [18] Viet-Tung Nguyen and Jean-Francois Caron. Finite element analysis of free-edge stresses in composite laminates under mechanical and thermal loading. *Composites Science and Technology*, 69 :40–49, 2009.
- [19] Daniel Post. Moiré interferometry at VPI & SU. *Experimental Mechanics*, 23 :203–210, 1983.
- [20] R. Byron Pipes. Moiré Analysis of the Interlaminar Shear Edge Effect in Laminated Composites. *Journal of Composite Materials*, 5 :255–259, 1971.
- [21] N. J. Pagano and R. Byron Pipes. The Influence of Stacking Sequence on Laminate Strength. *Journal of Composite Materials*, 5 :50–57, 1971.
- [22] N. Pagano and R. Pipes. Some observations on the interlaminar strength of composite laminates. *International Journal of Mechanical Sciences*, 15 :679–688, 1973.
- [23] R. Pipes. Boundary layer effects in composite laminates. *Fibre Science and Technology*, 13 :49–71, 1980.
- [24] Assa Rotem and Zvi Hashin. Failure Modes of Angle Ply Laminates. *Journal of Composite Materials*, 9 :191–206, 1975.
- [25] Carl T. Herakovich. Influence of Layer Thickness on the Strength of Angle-Ply Laminates. *Journal of Composite Materials*, 16 :216–227, 1982.
- [26] N. J. Pagano and L. M. Lackman. Prevention of Delamination of Composite Laminates. *AIAA Journal*, 13 :399–401, 1975.
- [27] C. T. Sun and G. D. Chu. Reducing Free Edge Effect on Laminate Strength by Edge Modification. *Journal of Composite Materials*, 25 :142–161, 1991.
- [28] Standard test method for tensio-tension fatigue of polymer matrix composite materials, 2007.
- [29] Sam Tang. Interlaminar Stresses of Uniformly Loaded Rectangular Composite Plates. *Journal of Composite Materials*, 10 :69–78, 1976.
- [30] Pinhas Bar-Yoseph and Daniel Ben-David. Free-edge effects in unsymmetrically laminated composite plates. *Composite Structures*, 30 :13–23, 1995.
- [31] I. De Baere, W. Van Paepegem, and J. Degrieck. Comparison of different setups for fatigue testing of thin composite laminates in bending. *International Journal of Fatigue*, 31 :1095–1101, 2009.
- [32] Michel Grediac. Four-point bending tests on off-axis composites. *Composite Structures*, 24 :89–98, 1993.
- [33] I. De Baere, W. Van Paepegem, and J. Degrieck. A clamed three-point bending setup for fatigue of thin composite laminates. 2007.

- [34] N. J. Pagano and J. C. Halpin. Influence of End Constraint in the Testing of Anisotropic Bodies. *Journal of Composite Materials*, 2 :18–31, 1968.
- [35] W. Van Paepegem, K. De Geyter, P. Vanhooymissen, and J. Degrieck. Effect of friction on the hysteresis loops from three-point bending fatigue tests of fibre-reinforced composites. *Composite Structures*, 72 :212–217, 2006.
- [36] J. C. Halpin. *Primer on Composite Materials Analysis*. Technomic Pub. Co., c1984.
- [37] Ever J. Barbero. *Finite element analysis of composite materials*. CRC Press, 2008.
- [38] Ronald F. Gibson. *Principles of Composite Material Mechnaics*. McGraw-Hill, 1994.
- [39] Christian Mittelstedt and Wilfried Becker. Free-Edge Effects in Composite Laminates. *Applied Mechanics Reviews*, 60, 2007.
- [40] G. E. Forsythe and W. R. Wasow. finite-difference methods for partial differential equations. *Applied Mathematics series*, 1960.
- [41] M. Cazenave. *Méthode des éléments finis*. DUNOD, 2010.
- [42] P. Rupnowski and M. Kumosa. Meso- and micro-stress analyses in an 8hs graphite/polyimide woven composite subjected to biaxial in-plane loads at room temperature. *Composites Science and Technology*, 63(6) :785 – 799, 2003.
- [43] Mark Biernacki. Microcracking of thin cross-ply carbon-epoxy laminates in flexural fatigue. Master’s thesis, Royal Military College of Canada, 2012.
- [44] MSC Software. *Patran 2012 - Interface to MSC Nastran*, 2011.
- [45] *StressCheck Master Guide, Release 9.0, 2009 ESRD inc.*
- [46] *ANSYS Help Manual v 14.0.*
- [47] Cyttec Engineered Materials. Cycom 5276-1 epoxy resin system technical data sheet. 2012.
- [48] Nabil F. Grace Keith J. Kowalkowski and Scott E. Hodges. Three-dimensional material properties of composites with s2-glass fibers or ductile hybrid fabric. *U.S. Army TARDEC*, 2013.

Exemple de calculs de la contrainte

Exemple de calculs pour l'évaluer la déformation et la contrainte dans le plan du pli no.4 du stratifié B. Les renforts pli no.4 sont orientés à 90° et le centre du pli est localisé à une distance de -0.66375 de l'axe médian.

La déformation est déterminée à partir de la déformation dans le plan du plan médian (ϵ^0) et les courbures (κ) définis pour l'ensemble du stratifié à partir des charges appliquées (référence équation 4.3).

$$\epsilon_x = \epsilon_x^0 + z\kappa_x = 0 \text{ mm/mm} + (-0.66375 \text{ mm} \times 1.008\text{e-}3 \text{ mm}^{-1}) = -6.69\text{e-}4 \text{ mm/mm}$$

$$\epsilon_y = \epsilon_y^0 + z\kappa_y = 0 \text{ mm/mm} + (-0.66375 \text{ mm} \times -9.3582\text{e-}5 \text{ mm}^{-1}) = 6.22\text{e-}5 \text{ mm/mm}$$

$$\gamma_{xy} = \gamma_{xy}^0 + z\kappa_{xy} = 0 \text{ mm/mm} + (-0.66375 \text{ mm} \times -1.8335\text{e-}4 \text{ mm}^{-1}) = 1.22\text{e-}4 \text{ mm/mm}$$

Les contraintes dans le plan du pli (k) sont fonction de sa déformation et de sa matrice globale de rigidité.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{21} & 0 \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{12} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}_k \quad (\text{A.1})$$

La matrice de rigidité globale du pli est défini selon les propriétés du matériau et de l'orientation du renfort ;

$$[\bar{Q}]_k = [T]_k^{-1}[Q]_k[T]_k \quad (\text{A.2})$$

Où pour un angle de 90° la matrice de transformation égale :

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos^2 90 & \sin^2 90 & 2\cos 90 \sin 90 \\ \sin^2 90 & \cos^2 90 & -2\cos 90 \sin 90 \\ -\cos 90 \sin 90 & \cos 90 \sin 90 & \cos^2 90 - \sin^2 90 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

Selon les propriétés du matériau les valeurs de la matrice de rigidité sont :

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1-\nu_{12}\nu_{21}} = \frac{150\,000}{1-(0.25*0.0133)} = 150\,502 \text{ MPa}$$

$$Q_{12} = \frac{\nu_{12}E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} = \frac{0.0133*150\,000}{1-(0.0133*.25)} = 2007 \text{ MPa}$$

$$Q_{22} = \frac{E_2}{1-\nu_{12}\nu_{21}} = \frac{8000}{1+(.25*0.0133)} = 8027 \text{ MPa}$$

$$Q_{66} = G_{66} = 4000 \text{ MPa}$$

La valeur de la matrice de rigidité $[\bar{Q}]_{90^\circ}$ est égale :

$$[\bar{Q}]_{90^\circ} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 150\,502 & 2007 & 0 \\ 2007 & 8027 & 0 \\ 0 & 0 & 4000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8027 & 2007 & 0 \\ 2007 & 15\,502 & 0 \\ 0 & 0 & 4000 \end{bmatrix} \quad (\text{A.4})$$

Ce qui nous permet d'obtenir les valeurs des contraintes dans le plan pour le pli 4 du stratifié B à partir de l'équation A.1 et des valeurs de la déformation dans le plan.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 8027 & 2007 & 0 \\ 2007 & 15\,502 & 0 \\ 0 & 0 & 4000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -6.69e-4 \text{ mm/mm} \\ 6.22e-5 \text{ mm/mm} \\ 1.22e-4 \text{ mm/mm} \end{bmatrix} = \begin{Bmatrix} -5.25 \text{ MPa} \\ 8.02 \text{ MPa} \\ 0.49 \text{ MPa} \end{Bmatrix} \quad (\text{A.5})$$

Annexe B

Contraintes dans le plan stratifié A et B

TABLE B.1: Contraintes transversales - stratifié A

pli	angle degré	Contraintes transversales σ_y (MPa)							
		PATRAN/NASTRAN			ANSYS			StressCheck	
		2D	3D-uni	3D-multi	2D	3D-I	3D-II	2D	3D
1	0	-1.79	-1.85	-1.78	-1.79	-1.94	-1.95	-1.82	-1.77
2	90	2.23	2.30	2.21	2.27	2.21	2.23	2.30	2.18
3	0	-1.31	-1.36	-1.32	-1.31	-1.37	-1.38	-1.33	-1.31
4	90	1.55	1.59	1.54	1.57	1.52	1.54	1.59	1.49
5	0	-0.84	-0.86	-0.84	-0.84	-0.85	-0.84	-0.85	-0.83
6	90	0.86	0.89	0.86	0.87	0.86	0.88	0.89	0.83
7	0	-0.36	-0.37	-0.36	-0.36	-0.37	-0.39	-0.36	-0.36
8	90	0.17	0.18	0.18	0.17	0.18	0.19	0.18	0.16

TABLE B.2: Contraintes transversales - stratifié B

pli	angle degré	Contraintes transversales σ_y (MPa)							
		PATRAN/NASTRAN			ANSYS			StressCheck	
		2D	3D-uni	3D-multi	2D	3D-I	3D-II	2D	3D
1	0	-1.38	-1.45	-1.35	-1.38	-1.53	-1.55	-1.41	-1.36
2	90	12.08	12.18	12.17	12.14	12.06	12.08	12.15	12.01
3	0	-1.01	-1.06	-1.03	-1.01	-1.05	-1.07	-1.03	-1.01
4	90	8.36	8.44	8.03	8.41	8.46	8.45	8.41	8.44
5	45	-15.97	-16.08	-16.00	-16.02	-15.93	-15.97	-16.07	-16.01
6	-45	-12.66	-12.59	-12.34	-12.65	-12.65	-12.64	-12.58.	-12.69
7	45	-6.84	-6.91	-6.81	-6.86	-7.05	-7.01	-6.90	-6.89
8	-45	-2.53	-2.51	-2.47	-2.56	-2.57	-2.54	-2.53	-2.55

TABLE B.3: Contraintes de cisaillement - stratifié B

pli	angle degré	Contraintes cisaillement τ_{xy} (MPa)							
		PATRAN/NASTRAN			ANSYS			StressCheck	
		2D	3D-uni	3D-multi	2D	3D-I	3D-II	2D	3D
1	0	0.21	0.19	0.18	0.20	0.19	0.17	0.19	0.20
2	90	0.18	0.16	0.16	0.17	0.17	0.16	0.16	0.17
3	0	0.15	0.14	0.14	0.15	0.15	0.13	0.14	0.14
4	90	0.13	0.11	0.11	0.12	0.09	0.10	0.11	0.12
5	45	-15.82	-15.94	-15.89	-15.86	-15.76	-15.80	-15.93	-15.87
6	-45	12.66	12.58	12.39	12.64	12.60	12.59	12.57	12.69
7	45	-6.78	-6.86	-6.78	-6.80	-6.97	-6.95	-6.84	-6.82
8	-45	2.53	2.51	2.48	2.56	2.57	2.54	2.53	2.55

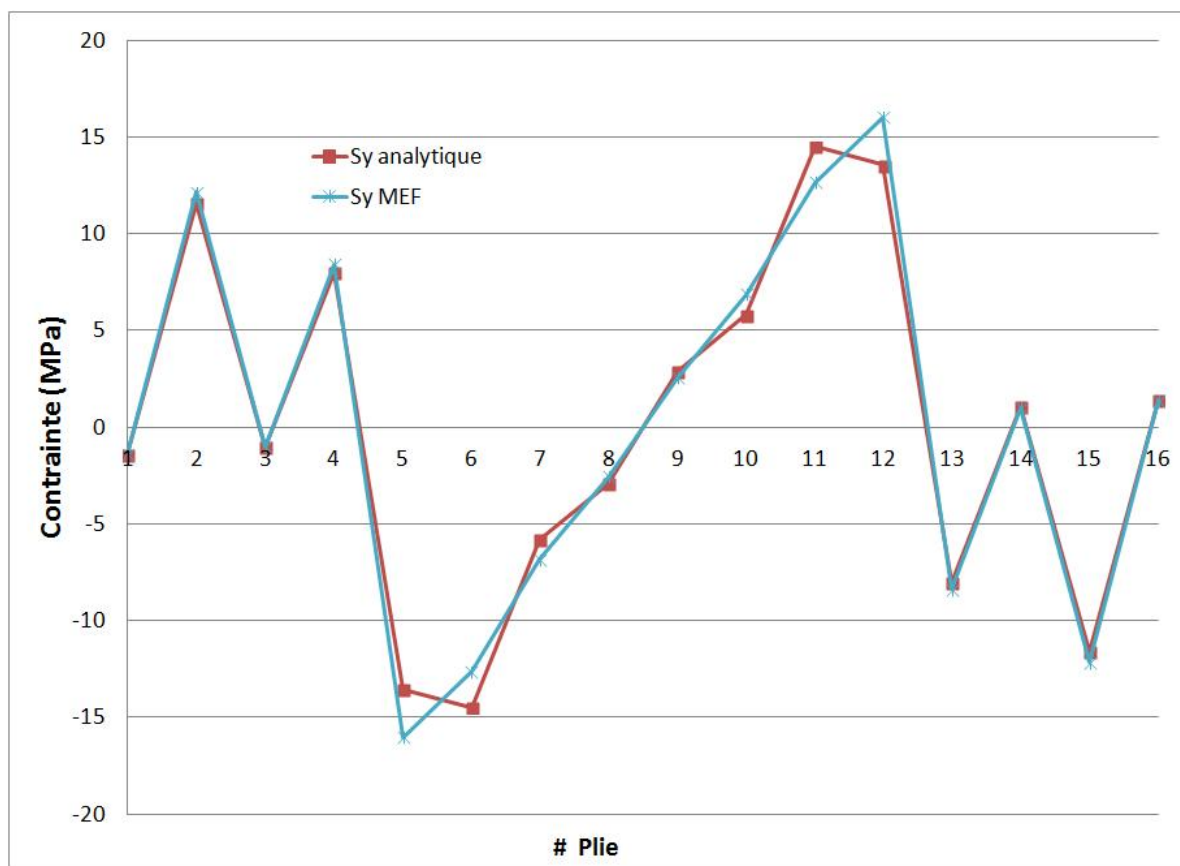
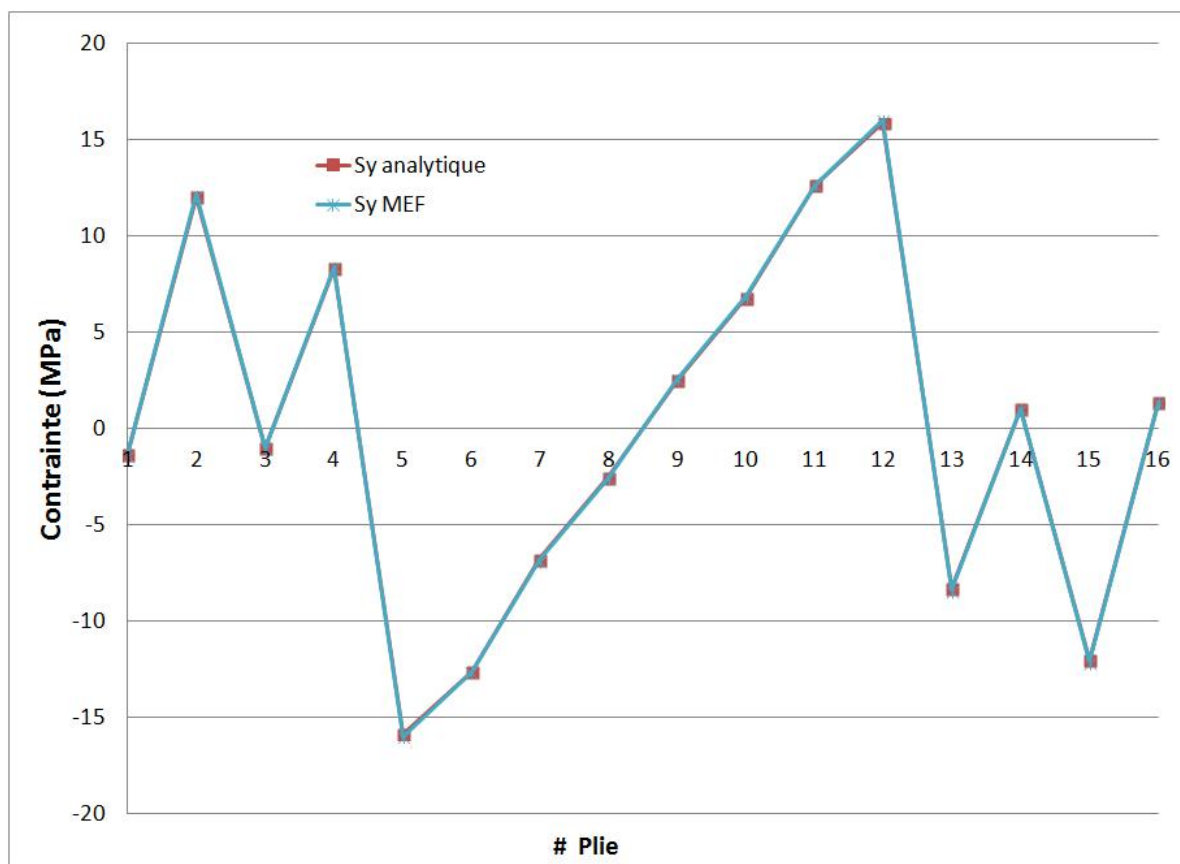
(a) Moment équivalent M_x (b) Moments équivalents M_x et M_{xy}

FIGURE B.1: Contrainte transversale stratifié B

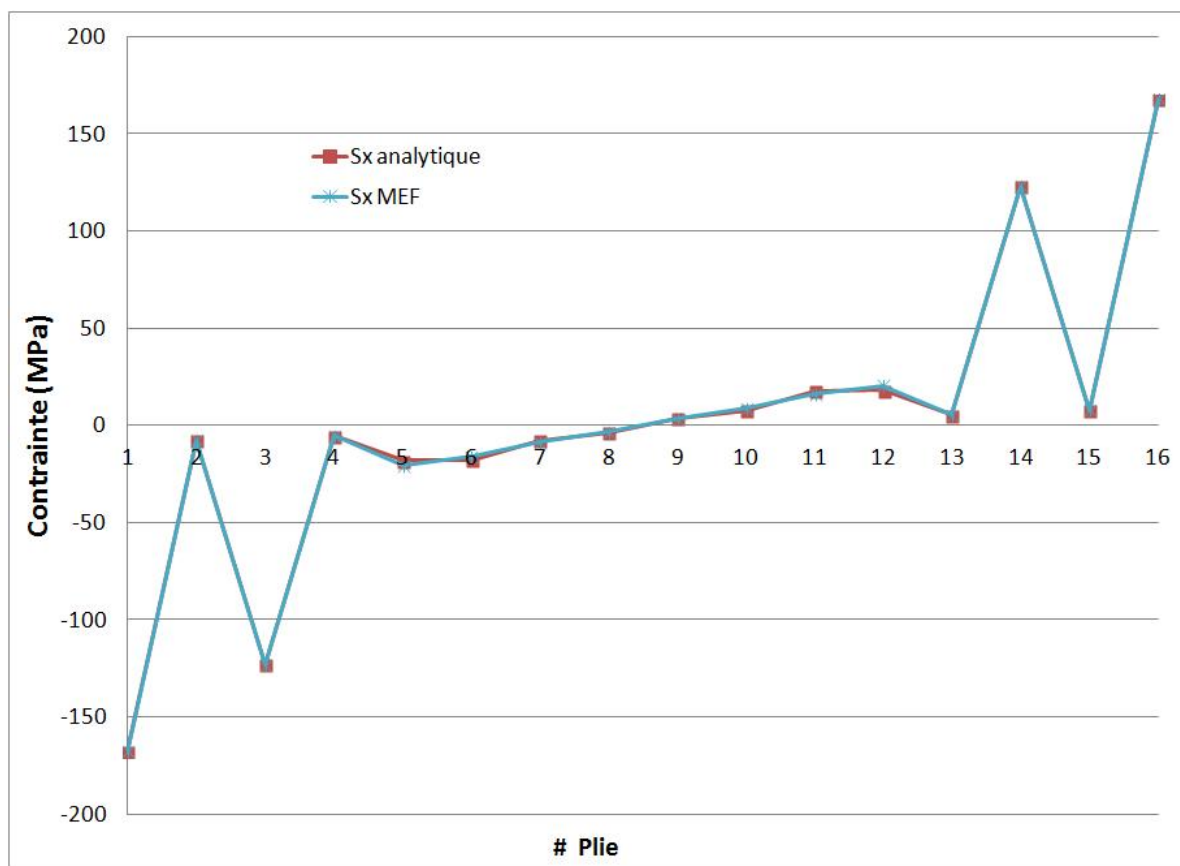
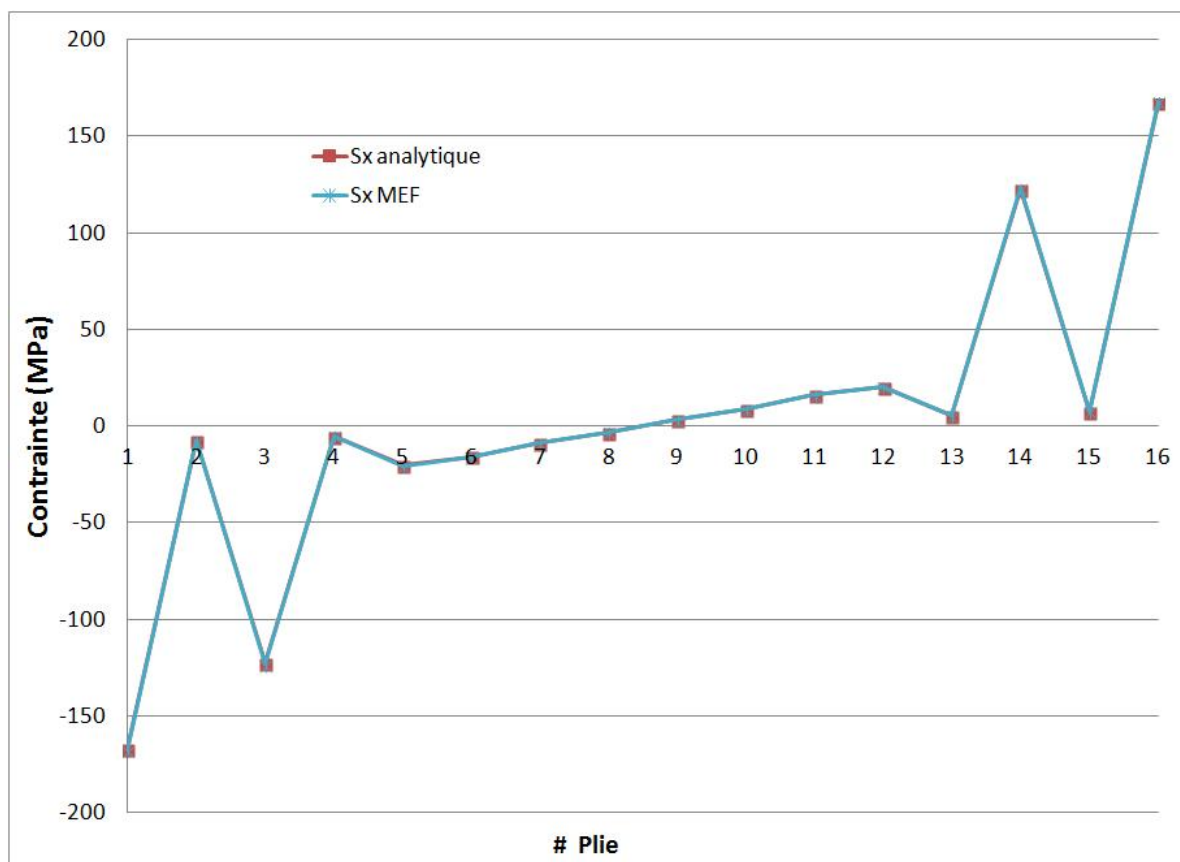
(a) Moment équivalent M_x (b) Moments équivalents M_x et M_{xy}

FIGURE B.2: Contrainte longitudinale stratifié B

Annexe C

Informations sur les matériaux



DESCRIPTION

CYCOM[®] 5276-1 is a 350°F (177°C) curing toughened epoxy resin with a service temperature range of -75°F to 250°F (-59°C to 121°C). This highly toughened resin is formulated with the most advanced epoxy chemistry and is specially designed for improved handling during layup and assembly.

FEATURES & BENEFITS

- Excellent tack and drape
- Simple 2-hour 350°F (177°C) cure cycle
- Excellent flow control
- Available in various product forms
- Open mold life greater than 40 days
- High damage tolerance
- Co-cure capability

SUGGESTED APPLICATIONS

Primary aircraft structures where critical load-bearing components are required.

CHARACTERISTICS

Other

This resin system has potential to be applied to other product types such as Nicalon and Tyranno silicon carbide fibers.

Shelf Life and Shop Life

Shelf life in sealed containers is greater than 6 months at 0°F (-18°C) and greater than 3 months at 40°F (4°C). To prevent moisture pickup, a sealed container should not be opened until the prepreg reaches ambient temperature. Shop life is greater than 14 days at room temperature.

Working Life

The material has demonstrated over 1000 hours working life.

Handling Life

Table 1 summarizes the handling profile of different product forms. The system meets 10 day handling life requirements.

Table 1 | CYCOM 5276-1 Handling Life Profile

Out Time	Tape		Fabric	
	Tack	Drape	Tack	Drape
0 days	4	4	5	5
10 days	3	4	4	5

0 = None; 1 = Poor; 2 = Fair; 3 = Good; 4 = Very Good; 5 = Excellent

Prepreg Form

The prepreg is supplied as (1) unidirectional tape up to 60 inches (152.3 cm) wide or slit to requirements on 10 inch (25.4 cm) diameter cardboard cores or; (2) woven fabric up to 60 inches (152.3 cm) wide or slit to requirements on 3 inch (7.6 cm) diameter cardboard core. All materials are shipped in sealed poly bags.

Table 2 | CYCOM 5276-1 Product Forms

Carbon		Glass
Tape	Fabric	
70 to 300 AFW	Up to 60" width	Unidirectional
Up to 60" width	Any AFW	Woven
Slit tape: 1/8" and up		Roving

Mechanical Life

CYCOM 5276-1 shows no change in mechanical performance after storage at room temperature for 1000 hours.

Viscosity Profile

CYCOM 5276-1 matrix resin exhibits excellent flow control under cure conditions (2°C/min, 30% strain, 10 Rad/sec, RDS-II, 25 mm Plates 0.6 mm gap).

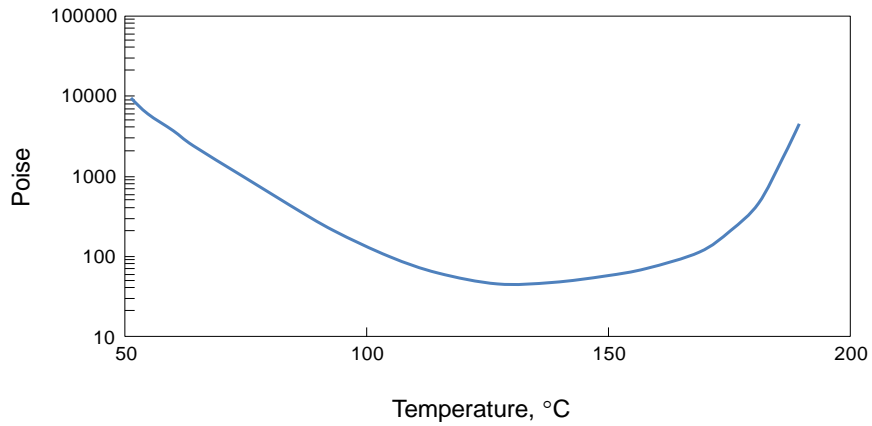


Figure 1 | CYCOM 5276-1 Viscosity Profile

Moisture Equilibrium Content

The moisture equilibrium content of CYCOM 5276-1 is less than 1.0% for laminates (55% fiber volume) at 160°F (71°C) and 85% relative humidity.

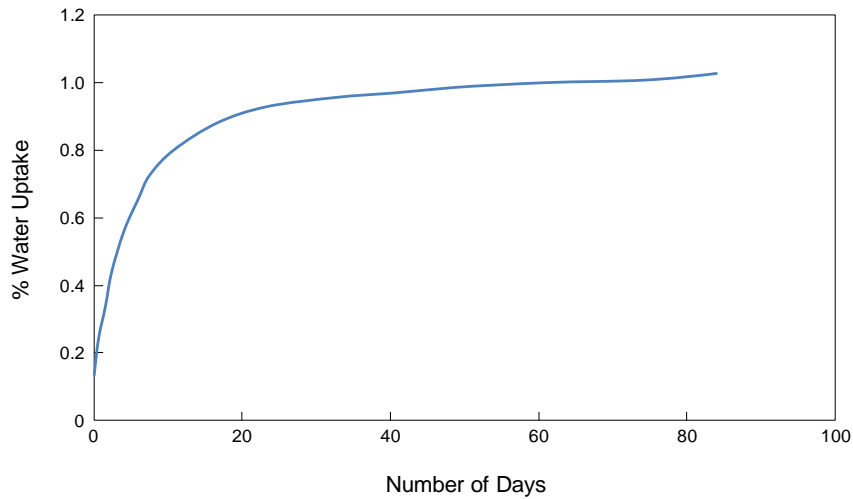


Figure 2 | CYCOM 5276-1 Moisture Equilibrium Content

PROPERTIES

Table 3 | Technical Data, Neat Resins, Standard Cure + Standard Post-Cure

Property	Test Condition	G40-800 Tape	G30-500PW Fabric	Test Method
0° Tensile Strength(ksi) / Modulus(Msi)	-67°F	437 / 22.1	-	SACMA SRM-4
	75°F	437 / 22.5	134 / 9.0	
90° Tensile Strength(ksi) / Modulus(Msi)	-94°F	- / -	120 / 8.9	SACMA SRM-4
	-67°F	15.3 / -	- / -	
	75°F	13.1 / -	119 / 8.8	
	180°F Wet	- / -	120 / 8.7	
0° Compression Strength (ksi) / Modulus(Msi)	75°F	253 / 20.7	123 / 8.9	SACMA SRM-1
	180°F Wet	209 / 21.1	- / -	
90° Compression Strength(ksi) / Modulus(Msi)	-94°F	- / -	124 / 8.6	SACMA SRM-1
	75°F	- / -	114 / 8.5	
	180°F Wet	- / -	80 / 8.6	
In-plane Shear Strength(ksi) / Modulus(Msi)	-94°F	- / -	22.4 / 0.83	SACMA SRM-7
	75°F	20.2 / 0.70	18.6 / 0.68	
	180°F Wet	13.6 / 0.60	11.7 / 0.52	
	250°F	13.4 / 0.52	-	
Filled Hole Tensile Strength, ksi 35 in-lbs	75°F	79	-	SACMA SRM-5
Open Hole Compression Strength, ksi	-94°F	-	56	SACMA SRM-3 49
	75°F	-	45	
	180°F Wet	32	35	
	220°F Wet	32	-	
	250°F	34	-	
G _{IC} (in lb/in ²)	75°F	2.2	-	GE A50TF284
G _{IIC} (in lb/in ²)	75°F	14	-	GE A50TF284
Compression After Impact, ksi 1500 in lb/in	-94°F	-	43	SACMA SRM-2
	75°F	47	45	
	180°F Wet	-	32	
Dry Tg, °F *	75°F	370	-	DMA 10°C/min
Wet Tg, °F *	75°F	310	-	DMA 10°C/min

* **NOTE:** Tg data is not applicable for U.S. export control classification or licensing. For export-related information please contact us.

Fluid Sensitivity

This resin system demonstrates excellent chemical resistance and retains shear strength and modulus after storage in different fluids up to 90 days.

Table 4 | G30-500PW X 3-point Flexural Strength(ksi) / Modulus(Msi) (ASTM D790) After Fluid Exposure

Test Description	Exposure Time and Temperature	Weight Gain (%)	Test Temperature	
			75°F (24°C)	180°F (82°C)
Control	-	-	153 / 8.7	112 / 8.4
Anti-freeze	30 days at 32°F	-	158 / 8.5	124 / 8.3
Hydraulic fluid	90 days at 75°F	-0.14	161 / 8.4	134 / 8.4
Lubricating fluid	90 days at 180°F	-0.14	156 / 8.5	138 / 8.4
Jet fuel	90 days at 75°F	-	146 / 8.6	132 / 8.4
Cleaning solution	7 days at 75°F	0.16	154 / 8.9	128 / 8.6
MEK	7 days at 75°F	0.15	153 / 8.7	130 / 8.5

Working Life

This resin system demonstrates excellent chemical resistance and retains shear strength and modulus after storage in different fluids up to 90 days.

Table 5 | G40-800 Tape Prepreg Shop Life Study

Days	Flow*	Tack	Open Hole Compression Strength at 75°F (ksi)
0	13.2%	Excellent	43.0
7	12.5%	Good	42.7
14	14.3%	Medium	43.1
21	13.3%	Low	43.1
28	11.1%	Low	44.8
35	11.6%	Low	43.7
40	11.2%	Low	44.5

*4 plies, 4" x 4", 350°F/20 minutes/100psi

Co-Curability

Superior flow control enables CYCOM 5276-1 to co-cure with honeycomb core providing void free sandwich panels. Flatwise tensile test on panels made with no film adhesive results in core failures according to CMS 532-19. This suggests potential self-adhesive capability.

Table 6 | Flatwise Tensile G30-500-3K-8HS, 4 ply facing on 3PCF, 1/8" Cell, 3.0 Density Nomex[®] Honeycomb

FM 300-2 Film Adhesive	No Adhesive
327 ksi	320 ksi

Resistance to Micro-Cracking

The excellent toughness of CYCOM 5276-1 matrix resin and its optimized resin/fiber interface characteristics offer the cured laminates the ability to withstand temperature change from -70°F to 180°F (-57°C to 82°C) during thermal cycling. Panels made from G40-800 pass 100 thermal cycle conditioning with no micro-cracks evident under 50X magnification.

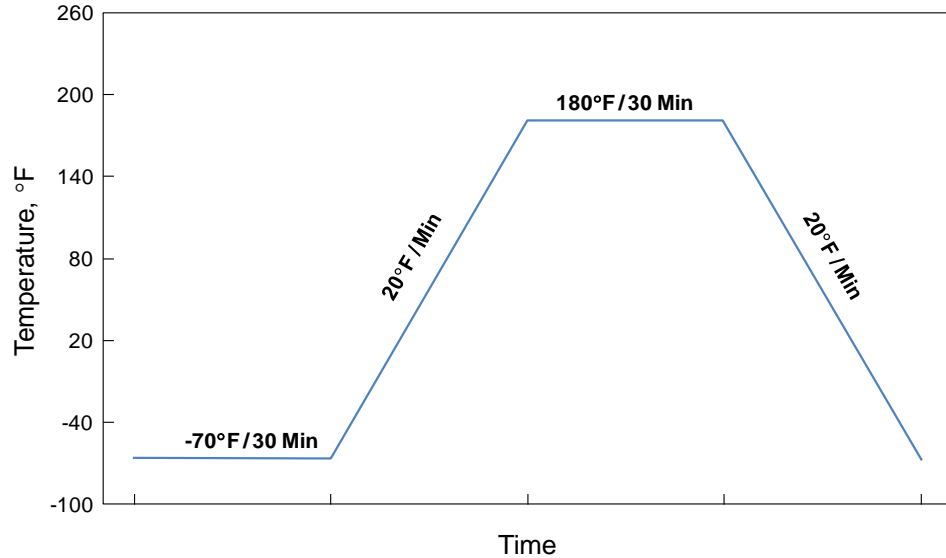


Figure 3 | Thermal Cycle – Cured Panel Thickness = 1.75 in (4.4 cm), Ply Stacking Sequence = [0₅/90₁₀]_s, 210 Plies Total

Fatigue

The most effective resin/fiber interaction of CYCOM 5276-1 is further illustrated by 0° Short Beam Fatigue testing. Fiberglass (S2) reinforced specimens proved no failure up to 10 million cycles under 5 ksi (34.47 MPa) constant mean stress and 3 ksi (20.68 MPa) oscillatory stress at 15 Hz.

APPLICATION NOTES

Cure Cycle and Thermal Sensitivity

No special bagging materials or techniques are required during the processing of CYCOM 5276-1. The resin exhibits a stable cure state after 2 hours at 350°F (177°C). The test results of T_g (dry and wet) and mechanical properties show that CYCOM 5276-1 is insensitive to changes in heat-up rate [from 1 – 5°F/minute (0.5 – 3°C/minute)] and holding temperatures [from 345 – 365°F (174 – 185°C)] as specified in BMS 8-276C.

Cure Procedure

1. Apply full vacuum
2. Apply 85 psi (586 KPa) pressure for lamination
3. Vent vacuum bag to atmosphere at 20 psi (138 KPa)
4. Heat up at 1 – 5°F/minute to 350°C (0.5 – 3°C/minute to 177°C)
5. Hold at 350°F (177°C) for 2 hours
6. Cool down at 5°F/minute to 160°F (3°C/minute to 72°C)

PRODUCT HANDLING AND SAFETY

Cytec Engineered Materials recommends wearing clean, impervious gloves when working with epoxy resin systems to reduce skin contact and to avoid contamination of the product.

Materials Safety Data Sheets (MSDS) and product labels are available upon request and can be obtained from any Cytec Engineered Materials Office.

DISPOSAL OF SCRAP MATERIAL

Disposal of scrap material should be in accordance with local, state, and federal regulations.

CONTACT INFORMATION

GLOBAL HEADQUARTERS

Tempe, Arizona
tel 480.730.2000
fax 480.730.2088

NORTH AMERICA

Olean, New York
tel 716.372.9650
fax 716.372.1594

Springfield, Massachusetts
tel 1.800.253.4078
fax 716.372.1594

Havre de Grace, Maryland
tel 410.939.1910
fax 410.939.8100

Winona, Minnesota
tel 507.454.3611
fax 507.452.8195

Anaheim, California
tel 714.630.9400
fax 714.666.4345

Orange, California
tel 714.639.2050
fax 714.532.4096

Greenville, Texas
tel 903.457.8500
fax 903.457.8598

Cytec Carbon Fibers LLC
Piedmont, South Carolina
tel 864.277.5720
fax 864.299.9373

D Aircraft Products, Inc.
Anaheim, California
tel 714.632.8444
fax 714.632.7164

EUROPE AND ASIA

Wrexham, United Kingdom
tel +44.1978.665200
fax +44.1978.665222

Östringen, Germany
tel +49.7253.934111
fax +49.7253.934102

Shanghai, China
tel +86.21.5746.8018
fax +86.21.5746.8038

DISCLAIMER: The data and information provided in this document have been obtained from carefully controlled samples and are considered to be representative of the product described. Cytec Engineered Materials (CEM) does not express or imply any guarantee or warranty of any kind including, but not limited to, the accuracy, the completeness or the relevance of the data and information set out herein. Because the properties of this product can be significantly affected by the fabrication and testing techniques employed, and since CEM does not control the conditions under which its products are tested and used, CEM cannot guarantee that the properties provided will be obtained with other processes and equipment. No guarantee or warranty is provided that the product is adapted for a specific use or purpose and CEM declines any liability with respect to the use made by any third party of the data and information contained herein. CEM has the right to change any data or information when deemed appropriate.

All trademarks are the property of their respective owners.